

*ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК
ЭЛЕКТРОПРИВОДА ПОСТОЯННОГО ТОКА ПРИ МАЛЫХ
ПЕРЕМЕЩЕНИЯХ ЕГО ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО ОРГАНА*

Ю.П. ДОБРОБАБА, Г.А. КОШКИН, В.А. МАХОВА

*Кубанский государственный технологический университет,
350072, Российская Федерация, г. Краснодар, ул. Московская, 2;
электронная почта: viktorya.mah@yandex.ru*

В статье представлена оптимальная по быстродействию диаграмма при малых перемещениях исполнительного органа электропривода постоянного тока, состоящая из трех этапов. Получены зависимости, позволяющие определить электроэнергию, потребляемую якорной цепью электропривода постоянного тока, осуществляющего малые перемещения исполнительного органа электропривода в соответствии с типовой оптимальной по быстродействию диаграммой, на каждом из этапов.

Ключевые слова: электропривод постоянного тока, малые перемещения исполнительного органа электропривода, электроэнергия.

В настоящее время перемещение исполнительных органов электроприводов осуществляется в соответствии с оптимальными по быстродействию диаграммами. При этом используются три вида типовых диаграмм [1, 2]:

- для малых перемещений с ограничением второй производной скорости электропривода (состоит из трех этапов);
- для средних перемещений с ограничениями по первой и второй производным скорости электропривода (состоит из пяти этапов);
- для больших перемещений с ограничениями скорости электропривода и ее первой и второй производных (состоит из семи этапов).

В данной работе предполагается определить энергетические характеристики электропривода постоянного тока при малых перемещениях его исполнительного органа.

На рисунке представлена типовая оптимальная по быстродействию диаграмма для малых перемещений исполнительного органа электропривода, состоящая из трех этапов. На первом и третьем этапах вторая производная угловой скорости исполнительного органа электропривода равна максимально

допустимому значению $\omega_{доп}^{(2)}$; на втором этапе вторая производная угловой скорости исполнительного органа электропривода равна максимально допустимому значению со знаком «минус» $-\omega_{доп}^{(2)}$. Длительность первого и третьего этапов равна t_1 ; длительность второго этапа равна $2t_1$. В момент времени t_1 первая производная угловой скорости исполнительного органа электропривода достигает максимального значения $\omega_{max}^{(1)}$; в момент времени $3t_1$ первая производная угловой скорости достигает максимального значения со знаком «минус» $-\omega_{max}^{(1)}$. В момент времени $2t_1$ угловая скорость исполнительного органа электропривода достигает максимального значения ω_{max} . За время цикла $T_{ц} = 4t_1$ исполнительный орган электропривода перемещается от начального значения угла поворота $\varphi_{нач}$ до конечного значения угла поворота $\varphi_{кон}$.

Для типовой оптимальной по быстродействию диаграммы перемещения исполнительного органа электропривода, представленной на рисунке, справедливы следующие соотношения:

$$t_1 = 3\sqrt[3]{\frac{1}{2} \cdot \frac{\varphi_{кон} - \varphi_{нач}}{\omega_{доп}^{(2)}}};$$

$$T_{ц} = 4 \cdot 3\sqrt[3]{\frac{1}{2} \cdot \frac{\varphi_{кон} - \varphi_{нач}}{\omega_{доп}^{(2)}}};$$

$$\omega_{max}^{(1)} = 3\sqrt[3]{\frac{1}{2} \cdot (\varphi_{кон} - \varphi_{нач}) \cdot [\omega_{доп}^{(2)}]^2};$$

$$\omega_{max} = 3\sqrt[3]{\frac{1}{4} \cdot (\varphi_{кон} - \varphi_{нач})^2 \cdot \omega_{доп}^{(2)}}.$$

Область существования типовой оптимальной по быстродействию диаграммы для малых перемещений исполнительного органа электропривода:

$$(\varphi_{кон} - \varphi_{нач}) \leq \varphi_{гр.1},$$

где $\varphi_{гр.1} = 2 \cdot \frac{[\omega_{дон}^{(1)}]^3}{[\omega_{дон}^{(2)}]^2}$; $\omega_{дон}^{(1)}$ – максимально допустимое значение первой производной угловой скорости исполнительного органа электропривода, рад / с².

Определим аналитические зависимости координат электропривода от времени при малых перемещениях его исполнительного органа в соответствии с типовой оптимальной по быстродействию диаграммой.

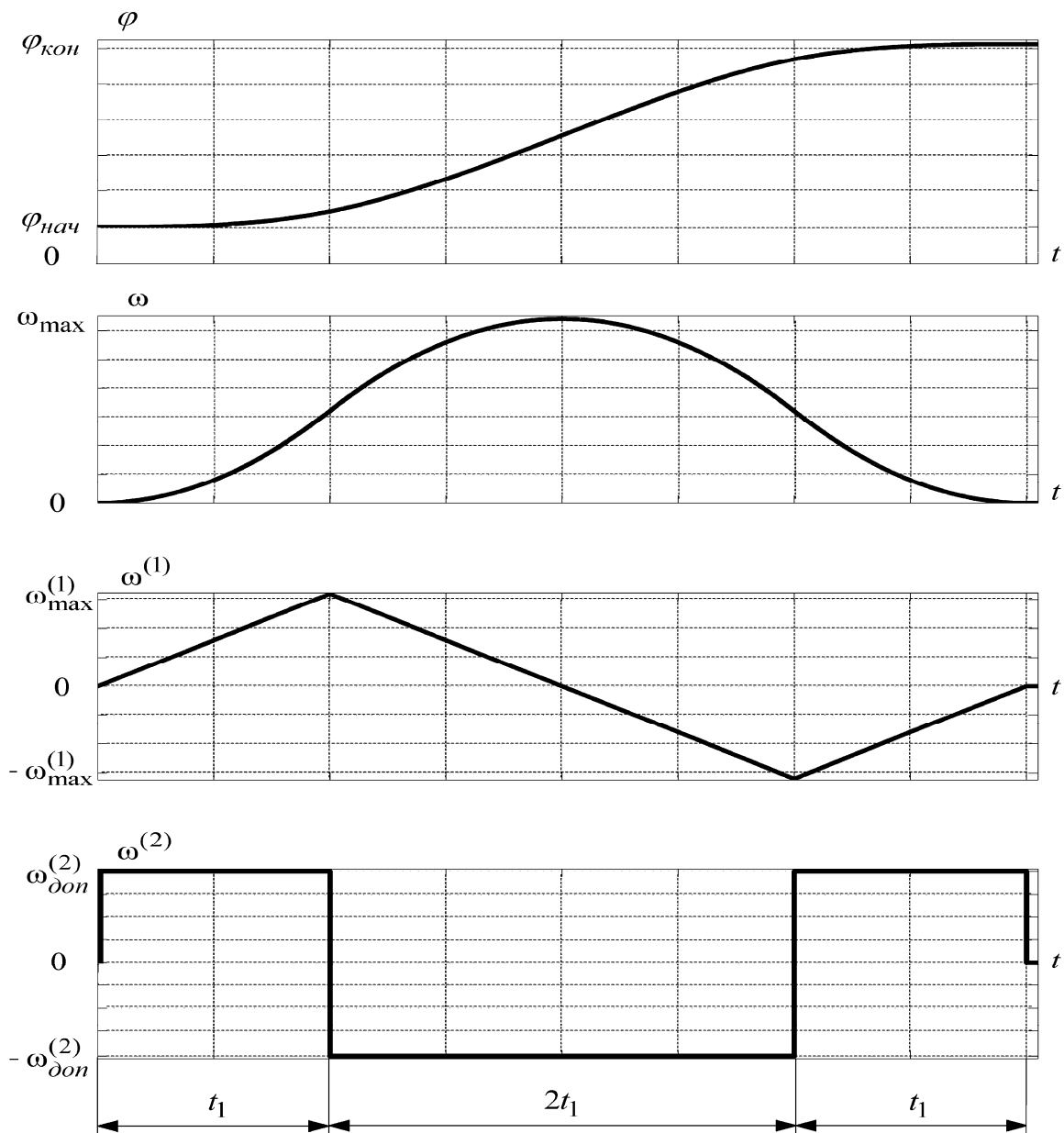


Рисунок 1 — Типовая оптимальная по быстродействию диаграмма для малых перемещений исполнительного органа электропривода

Этап 1. В интервале времени $0 \leq t \leq t_1$:

$$\omega^{(2)}(t) = \omega_{\text{доп}}^{(2)};$$

$$\omega^{(1)}(t) = \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot t;$$

$$\omega(t) = \frac{1}{2} \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot t^2;$$

$$\varphi(t) = \varphi_{\text{нач}} + \frac{1}{6} \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot t^3;$$

$$I_{\text{я}}(t) = \frac{1}{C_{\text{м}}} \cdot \left[M_{\text{сo}} + J \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot t \right];$$

$$I_{\text{я}}^{(1)}(t) = \frac{J}{C_{\text{м}}} \cdot \omega_{\text{доп}}^{(2)};$$

$$U(t) = \frac{1}{2} C_e \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot t^2 + \frac{R_{\text{я}}}{C_{\text{м}}} \cdot \left[M_{\text{сo}} + J \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot t \right] + \frac{L_{\text{я}} J}{C_{\text{м}}} \cdot \omega_{\text{доп}}^{(2)},$$

где:

C_e – коэффициент пропорциональности между скоростью и ЭДС двигателя;

$C_{\text{м}}$ – коэффициент пропорциональности между током и моментом двигателя;

$R_{\text{я}}$ – сопротивление якорной цепи электродвигателя;

$L_{\text{я}}$ – индуктивность якорной цепи электродвигателя;

J – момент инерции электропривода;

$M_{\text{с}}$ – момент сопротивления электропривода.

Зависимость мощности, потребляемой якорной цепью электропривода, от времени на первом этапе имеет вид

$$P(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_e}{C_{\text{м}}} \cdot \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot \left[M_{\text{сo}} \cdot t^2 + J \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot t^3 \right] + \\ + \frac{R_{\text{я}}}{C_{\text{м}}^2} \cdot \left\{ M_{\text{сo}}^2 + 2 M_{\text{сo}} J \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot t + J^2 \left[\omega_{\text{доп}}^{(2)} \right]^2 \cdot t^2 \right\} +$$

$$+ \frac{L_{я} J}{C_{м}^2} \cdot \omega_{доп}^{(2)} \cdot \left[M_{со} + J \omega_{доп}^{(2)} \cdot t \right].$$

Энергия, потребляемая якорной цепью электропривода, за первый этап

$$\begin{aligned} W_1 = & \frac{1}{6} \cdot \frac{C_e}{C_{м}} \cdot M_{со} \omega_{доп}^{(2)} \cdot t_1^3 + \frac{1}{8} \cdot \frac{C_e}{C_{м}} \cdot J \cdot \left[\omega_{доп}^{(2)} \right]^2 \cdot t_1^4 + \\ & + \frac{R_{я}}{C_{м}^2} \cdot M_{со}^2 \cdot t_1 + \frac{R_{я}}{C_{м}^2} \cdot M_{со} \cdot J \cdot \omega_{доп}^{(2)} \cdot t_1^2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{R_{я}}{C_{м}^2} \cdot J^2 \cdot \left[\omega_{доп}^{(2)} \right]^2 \cdot t_1^3 + \\ & + \frac{L_{я} J}{C_{м}^2} \cdot M_{со} \omega_{доп}^{(2)} \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{L_{я} J^2}{C_{м}^2} \cdot \left[\omega_{доп}^{(2)} \right]^2 \cdot t_1^2. \end{aligned}$$

Этап 2. В интервале времени $t_1 \leq t \leq 3t_1$:

$$\omega^{(2)}(t) = -\omega_{доп}^{(2)};$$

$$\omega^{(1)}(t) = \omega_{доп}^{(2)} \cdot t_1 - \omega_{доп}^{(2)}(t - t_1);$$

$$\omega(t) = \frac{1}{2} \omega_{доп}^{(2)} \cdot t_1^2 + \omega_{доп}^{(2)} \cdot t_1 \cdot (t - t_1) - \frac{1}{2} \omega_{доп}^{(2)} (t - t_1)^2;$$

$$\begin{aligned} \varphi(t) = & \varphi_{нач} + \frac{1}{6} \omega_{доп}^{(2)} \cdot t_1^3 + \frac{1}{2} \omega_{доп}^{(2)} \cdot t_1^2 \cdot (t - t_1) + \frac{1}{2} \omega_{доп}^{(2)} \cdot t_1 \cdot (t - t_1)^2 - \\ & - \frac{1}{6} \omega_{доп}^{(2)} \cdot (t - t_1)^3; \end{aligned}$$

$$I_{я}(t) = \frac{1}{C_{м}} \cdot \left\{ M_{со} + J \omega_{доп}^{(2)} \cdot \left[t_1 - (t - t_1) \right] \right\};$$

$$I_{я}^{(1)}(t) = -\frac{J}{C_{м}} \cdot \omega_{доп}^{(2)};$$

$$\begin{aligned} U(t) = & C_e \omega_{доп}^{(2)} \cdot \left[\frac{1}{2} t_1^2 + t_1 \cdot (t - t_1) - \frac{1}{2} \cdot (t - t_1)^2 \right] + \\ & + \frac{R_{я}}{C_{м}} \cdot \left\{ M_{со} + J \omega_{доп}^{(2)} \cdot \left[t_1 - (t - t_1) \right] \right\} - \frac{L_{я} J}{C_{м}} \cdot \omega_{доп}^{(2)}. \end{aligned}$$

Зависимость мощности, потребляемой якорной цепью электропривода, от времени на втором этапе имеет вид

$$\begin{aligned}
 P(t) = & \frac{C_e}{C_m} \cdot \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot \left\{ M_{co} \cdot \left[\frac{1}{2} t_1^2 + t_1 \cdot (t - t_1) - \frac{1}{2} \cdot (t - t_1)^2 \right] + \right. \\
 & \left. + J \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot \left[\frac{1}{2} t_1^3 + \frac{1}{2} t_1^2 \cdot (t - t_1) - \frac{3}{2} \cdot t_1 \cdot (t - t_1)^2 + \frac{1}{2} \cdot (t - t_1)^3 \right] \right\} + \\
 & + \frac{R_{я}}{C_m^2} \cdot \left\{ M_{co}^2 + 2 M_{co} J \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot [t_1 - (t - t_1)] + \right. \\
 & \left. + J^2 \cdot \left[\omega_{\text{доп}}^{(2)} \right]^2 \cdot [t_1^2 - 2 t_1 \cdot (t - t_1) + (t - t_1)^2] \right\} - \\
 & - \frac{L_{я} J}{C_m^2} \cdot \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot \left\{ M_{co} + J \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot [t_1 - (t - t_1)] \right\}.
 \end{aligned}$$

Энергия, потребляемая якорной цепью электропривода, за второй этап

$$\begin{aligned}
 W_2 = & \frac{5}{3} \cdot \frac{C_e}{C_m} M_{co} \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot t_1^3 + 2 \cdot \frac{R_{я}}{C_m^2} \cdot M_{co}^2 \cdot t_1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{R_{я}}{C_m^2} \cdot J^2 \cdot \left[\omega_{\text{доп}}^{(2)} \right]^2 \cdot t_1^3 - \\
 & - 2 \cdot \frac{L_{я} J}{C_m^2} \cdot M_{co} \cdot \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot t_1.
 \end{aligned}$$

Этап 3. В интервале времени $3t_1 \leq t \leq 4t_1$:

$$\omega^{(2)}(t) = \omega_{\text{доп}}^{(2)};$$

$$\omega^{(1)}(t) = -\omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot t_1 + \omega_{\text{доп}}^{(2)}(t - 3t_1);$$

$$\omega(t) = \frac{1}{2} \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot t_1^2 - \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot t_1 \cdot (t - 3t_1) + \frac{1}{2} \omega_{\text{доп}}^{(2)} (t - 3t_1)^2;$$

$$\begin{aligned}
 \varphi(t) = & \varphi_{\text{нач}} + \frac{11}{6} \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot t_1^3 + \frac{1}{2} \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot t_1^2 \cdot (t - 3t_1) - \frac{1}{2} \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot t_1 \cdot (t - 3t_1)^2 + \\
 & + \frac{1}{6} \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot (t - 3t_1)^3;
 \end{aligned}$$

$$I_{я}(t) = \frac{1}{C_m} \cdot \left\{ M_{co} + J \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot [-t_1 + (t - 3t_1)] \right\};$$

$$I_{я}^{(1)}(t) = \frac{J}{C_m} \cdot \omega_{\text{доп}}^{(2)};$$

$$U(t) = C_e \omega_{don}^{(2)} \cdot \left[\frac{1}{2} t_1^2 - t_1 \cdot (t - 3t_1) + \frac{1}{2} \cdot (t - 3t_1)^2 \right] + \\ + \frac{R_{я}}{C_m} \cdot \left\{ M_{co} + J \omega_{don}^{(2)} \cdot [-t_1 + (t - 3t_1)] \right\} + \frac{L_{я} J}{C_m} \cdot \omega_{don}^{(2)}.$$

Зависимость мощности, потребляемой якорной цепью электропривода, от времени на третьем этапе имеет вид

$$P(t) = \frac{C_e}{C_m} \cdot \omega_{don}^{(2)} \cdot \left\{ M_{co} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot t_1^2 - t_1 \cdot (t - 3t_1) + \frac{1}{2} \cdot (t - 3t_1)^2 \right] + \right. \\ \left. + J \omega_{don}^{(2)} \cdot \left[-\frac{1}{2} \cdot t_1^3 + \frac{3}{2} \cdot t_1^2 \cdot (t - 3t_1) - \frac{3}{2} \cdot t_1 \cdot (t - 3t_1)^2 + \frac{1}{2} \cdot (t - 3t_1)^3 \right] \right\} + \\ + \frac{R_{я}}{C_m^2} \cdot \left\{ M_{co}^2 + 2M_{co} J \omega_{don}^{(2)} \cdot [-t_1 + (t - 3t_1)] + \right. \\ \left. + J^2 \cdot \left[\omega_{don}^{(2)} \right]^2 \cdot \left[t_1^2 - 2t_1 \cdot (t - 3t_1) + (t - 3t_1)^2 \right] \right\} + \\ + \frac{L_{я} J}{C_m^2} \cdot \omega_{don}^{(2)} \cdot \left\{ M_{co} + J \omega_{don}^{(2)} \cdot [-t_1 + (t - 3t_1)] \right\}.$$

Энергия, потребляемая якорной цепью электропривода, за третий этап

$$W_3 = \frac{1}{6} \cdot \frac{C_e}{C_m} \cdot M_{co} \omega_{don}^{(2)} \cdot t_1^3 - \frac{1}{8} \cdot \frac{C_e}{C_m} \cdot J \left[\omega_{don}^{(2)} \right]^2 \cdot t_1^4 + \\ + \frac{R_{я}}{C_m^2} \cdot M_{co}^2 \cdot t_1 - \frac{R_{я}}{C_m^2} \cdot M_{co} J \omega_{don}^{(2)} \cdot t_1^2 + \frac{1}{3} \frac{R_{я}}{C_m^2} \cdot J^2 \left[\omega_{don}^{(2)} \right]^2 \cdot t_1^3 + \\ + \frac{L_{я} J}{C_m^2} \cdot M_{co} \omega_{don}^{(2)} \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{L_{я} J^2}{C_m^2} \cdot \left[\omega_{don}^{(2)} \right]^2 \cdot t_1^2.$$

Зависимость суммарной электроэнергии, потребляемой якорной цепью электропривода, за цикл

$$W = 2 \cdot \frac{C_e}{C_m} \cdot M_{co} \omega_{don}^{(2)} \cdot t_1^3 + 4 \cdot \frac{R_{я}}{C_m^2} \cdot M_{co}^2 \cdot t_1 + \frac{4}{3} \cdot \frac{R_{я}}{C_m^2} \cdot J^2 \cdot \left[\omega_{don}^{(2)} \right]^2 \cdot t_1^3.$$

Так как $2 \cdot \omega_{доп}^{(2)} \cdot t_1^2 = (\varphi_{кон} - \varphi_{нач})$, то

$$W = \frac{C_e}{C_m} \cdot M_{co} \cdot (\varphi_{кон} - \varphi_{нач}) + 4 \cdot \frac{R_{я}}{C_m^2} \cdot M_{co}^2 \cdot t_1 + \frac{4}{3} \cdot \frac{R_{я}}{C_m^2} \cdot J^2 \cdot \left[\omega_{доп}^{(2)} \right]^2 \cdot t_1^3.$$

Так как $4t_1 = T_{ц}$, то

$$W = \frac{C_e}{C_m} \cdot M_{co} \cdot (\varphi_{кон} - \varphi_{нач}) + \frac{R_{я}}{C_m^2} \cdot M_{co}^2 \cdot T_{ц} + \frac{4}{3} \cdot \frac{R_{я}}{C_m^2} \cdot J^2 \cdot \left[\omega_{доп}^{(2)} \right]^2 \cdot t_1^3.$$

Первое слагаемое в зависимости суммарной электроэнергии, потребляемой якорной цепью электропривода, за цикл соответствует полезной энергии, а сумма второго и третьего слагаемых соответствует энергии тепловых потерь.

В статье рассматривается электропривод, имеющий следующие параметры:

- коэффициент пропорциональности между скоростью и ЭДС двигателя

$$C_e = 1,25 \frac{B \cdot c}{рад};$$

- коэффициент пропорциональности между током и моментом двигателя

$$C_m = 1,25 B \cdot c;$$

- сопротивление якорной цепи электродвигателя $R_{я} = 5 \text{ Ом};$

- индуктивность якорной цепи $L_{я} = 0,1 \text{ Гн};$

- Момент инерции электропривода $J = 0,05 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$

Момент сопротивления электропривода равен $M_{co} = 2,5 \text{ Н} \cdot \text{м}.$

На угловую скорость электропривода и ее первую и вторую производные накладываются следующие ограничения:

$$-\omega_{доп} \leq \omega(t) \leq \omega_{доп};$$

$$-\omega_{доп}^{(1)} \leq \omega^{(1)}(t) \leq \omega_{доп}^{(1)};$$

$$-\omega_{доп}^{(2)} \leq \omega^{(2)}(t) \leq \omega_{доп}^{(2)},$$

где $\omega_{доп}$ – максимально допустимое значение угловой скорости

исполнительного органа электропривода, rad/c .

$$\text{При этом } \omega_{\text{доп}} = 160 \frac{rad}{c}; \omega_{\text{доп}}^{(1)} = 80 \frac{rad}{c^2}; \omega_{\text{доп}}^{(2)} = 400 \frac{rad}{c^3}.$$

Для такого электропривода справедливо следующие граничное значение угла поворота исполнительного органа $\varphi_{zp.1} = 6,4 rad$.

Типовая оптимальная по быстродействию диаграмма для малых перемещений исполнительного органа электропривода постоянного тока, приведенная на рисунке, имеет следующие параметры:

$$(\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}) = 0,8 rad; t_1 = 0,1c; T_u = 0,4c; \omega_{\text{max}}^{(1)} = 400 \frac{rad}{c^2};$$

$$\omega_{\text{max}} = 4 \frac{rad}{c}; W = 2 + 8 + 1 \frac{53}{75} = 11 \frac{53}{75} Дж.$$

Полученная зависимость позволяет определить электроэнергию, потребляемую якорной цепью электропривода постоянного тока, осуществляющего малые перемещения исполнительного органа электропривода в соответствии с типовой оптимальной по быстродействию диаграммой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петров Ю.П. Оптимальное управление электрическим приводом с учетом ограничений по нагреву. Л. : Изд-во «Энергия», 1971. 144 с.
2. Соколов М.М. Автоматизированный электропривод общепромышленных механизмов. М. : Изд-во «Энергия», 1976. 488 с.

REFERENCES

1. Petrov Yu.P. Optimalnoe upravlenie elektricheskim privodom s uchetom ogranicheniy po nagrevu. L. : Izd-vo «Energiya», 1971. 144 s.
2. Sokolov M.M. Avtomatizirovannyy elektroprivod obshchepromyshlennykh mekhanizmov. M. : Izd-vo «Energiya», 1976. 488 s.

*DEFINITION OF POWER CHARACTERISTICS DC MOTOR WITH SMALL
MOVEMENTS OF ITS EXECUTIVE BODY*

YU.P. DOBROBABA, G.A. KOSHKIN, V.A. MAKHOVA

*Kuban State Technological University,
2, Moskovskaya st., Krasnodar, Russian Federation, 350072,
e-mail: viktorya.mah@yandex.ru*

The paper presents the optimal time chart with small movements of the executive body of the electric DC consisting of three stages. The dependences for determining the electric power consumed by the anchor chain of the electric DC performing small movements of the executive body of the actuator in accordance with the standard of the optimal time chart at each stage.

Key words: DC motor, small movements of the executive body electric, electricity.