УДК 513.628

КОНСТРУИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ КАРКАСОВ ГЛАДКИХ ДВУМЕРНЫХ ОБВОДОВ ПОСРЕДСТВОМ БИРАЦИОНАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Е.Ю. КОСЯКОВА

Кубанский государственный технологический университет,
350072, Российская Федерация, г. Краснодар, ул. Московская, 2;
электронная почта: betulla@list.ru

Предлагается методика конструирования вертикальных сечений отсеков технических поверхностей в виде однопараметрического множества одномерных обводов посредством кубического преобразования I_3.

Ключевые слова: сетчатый каркас поверхности, гладкие одномерные обводы, центральные кремоновы преобразования, гомолоид, инвариантная кривая, фундаментальная система, центр преобразования, прообраз.

Существует достаточное количество конструктивных способов получения двумерных обводов, многие из которых имеют высокое качество разработки и описаны в технической литературе. Наиболее приемлемым в инженерной практике конструирования составных поверхностей является способ получения их линий каркаса как плоских обводов. Практически удобным является способ получения однопараметрического множества одномерных обводов, образующих отсек технической поверхности и составляющих ее линейный каркас.

При этом конструирование каркасов линий двумерных обводов удобно выполнять посредством центральных кремоновых инволюций, задаваемых в плоскостях пучка расслоения $l(\alpha_i)$. Такой подход наиболее приемлем, если составляющие обвода являются достаточно сложными и параметрическое задание их уравнений не столь очевидно как в случае полиномиальных уравнений. С целью конструирования гладких одномерных обводов удобно применять центральные кремоновы преобразования, имеющие две или более совпавших фундаментальных точек. Так, например, инволюция I_2 имеет три совпавшие F - точки, если центр F_1 преобразования инцидентен инвариантной кривой d^2. Это ведет к тому, что образы всех прямых в точке F_1 будут иметь второй порядок соприкосновения.

Конструирование одномерного линейного обвода также удобно выполнять посредством центральных инволюций с несобственным центром F_1, например, кубических. Такие преобразования удобно задавать инвариантной кривой третьего порядка d^3, распавшейся на параболу второго порядка d^2 и прямую d^1. При этом центр F_1 преобразования должен совпадать с несобственной точкой параболы d^2.

Фундаментальная система этого преобразования состоит из двукратной несобственной точки F_1, которой соответствует принципиальная парабола j_1, четырех по две совпавших F - точек $F_2 = F_3$, $F_4 = F_5$, которым соответствуют P - прямые $j_2 = j_3$, $j_4 = j_5$, [1].

В данном преобразовании вид получаемого гомолоида a^3 зависит от расположения прообраза a' относительно аппарата инволюции. Точка F_1 будет изолированной в случае не пересечения прообразом a' предельной параболы j_1 преобразования в действительных точках. В противном случае точка F_1 будет узловой или точкой возврата, если прообраз a' будет касаться предельной кривой j_1.

Форма моноида a^3 с изолированной вершиной зависит от расположения прямой a' - прообраза конструируемого гомолоида, относительно P - кривой инволюции, соответствующей центру преобразования. Величина угла ветвей кривой a^3 увеличивается с увеличением расстояния прообраза a' моноида относительно вершины параболы j_1. Данная закономерность позволяет управлять формой образа, изменяя положение прообраза.

С другой стороны, управлять формой гомолоида a^3 можно путем изменения инвариантной кривой второго порядка d^2 и положения прообраза относительно выбранной инвариантной параболы d^2. Так, инцидентность прямой a' вершине инвариантной параболы d^2 позволит гомолоиду a^3 иметь общую касательную прямую с инвариантной кривой в ее вершине. Это свойство можно использовать при построении плоских обводов первого порядка гладкости, составленного из дуг кривых моноидального типа.

На основе рассмотренного кубического преобразования I_3 можно предложить методику конструирования вертикальных сечений отсеков технических поверхностей. При этом указанные сечения a_j представляются в виде гладкого обвода, составленного из дуг кривых третьего порядка a_i^3 с несобственной изолированной точкой (рис.1).

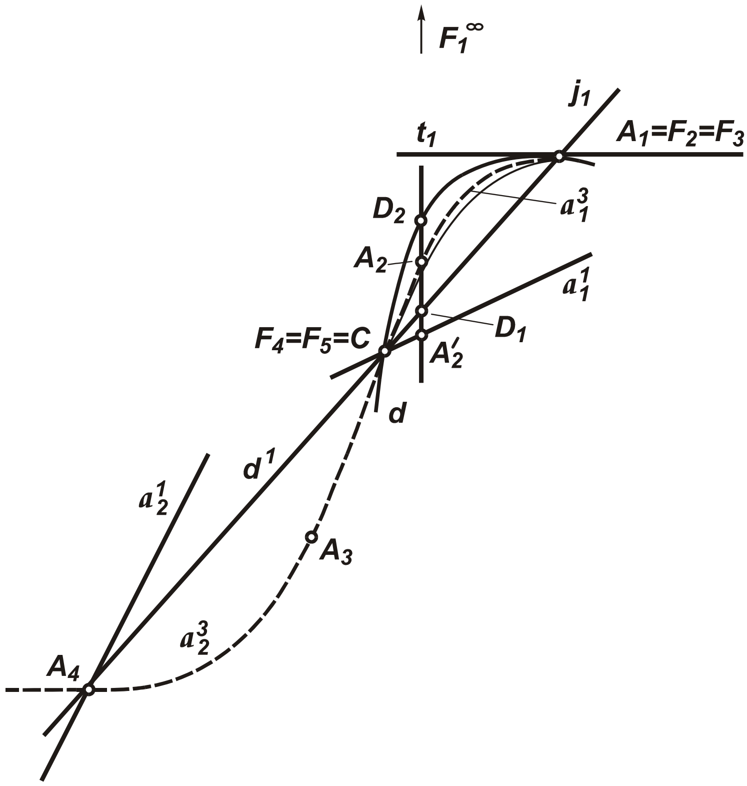

Рисунок 1 – Конструирование гладкого одномерного обвода из дуг кривых третьего порядка a_i^3 с несобственной изолированной точкой

Конструирование обвода из дуг кривых a^i, схожих по своим характеристикам с кривой третьего порядка, относящейся к гиперболизмам конических сечений, будем выполнять в следующей последовательности.

1. С вершиной A_1 сечения a_j совмещаем F- точки $F_2 = F_3$ с фиксированной горизонтальной касательной t_1.

2. F - точки $F_4 = F_5$ совмещаем с точкой C, являющейся точкой пересечения прямых, соединяющих характерные точки сечения a_j - A_1, A_4 и A_2, A_3.

3. Через точки $F_2 = F_3$, $F_4 = F_5$ проводим инвариантную прямую d^1, которая вместе с параболой j_1, построенной по точкам $F_2 = F_3$, $F_4 = F_5$ и касательной, t_1 определяют однозначно инвариантную параболу d^2. Таким образом, аппарат инволюции I_3, включающий несобственный центр F_1 и инвариантную кривую d^3 ($d^2 + d^1$), полностью определен. В полученном преобразовании I_3 прямой $a_1^{'}$, не пересекающей в действительных точках параболу j_1, соответствует дуга кривой a_1^3, а прямой $a_2^{'}$ - дуга кривой a_2^3.

4. Для более точного построения дуги кривой a_1^3 ее прообраз $a_1^{'}$ должен проходить через точку $A_2^{'}$, являющейся четвертой гармонической точкой в сложном отношении $(D_1\overline{D}_1A_2A_2')$. Дуга кривой a_1^3 наилучшим образом будет аппроксимировать участок сечения a_j в случае прохождения прямой $a_2^{'}$-прообраза кривой a_2^3 в данном кубическом преобразовании, через точку A_4 и точку A_3', являющейся четвертой гармонической в сложном отношении четырех точек $(D_2\overline{D}_2A_3A_3')$.

По описанной выше методике строятся дуги кривых a_1^3, a_2^3-составляющие другой ветви сечения a_j. Выполняя описанную процедуру в плоскостях расслоения α_i, строится однопараметрическое множество одномерных обводов образующих отсек технической поверхности. Представление поверхности ортогональным сетчатым каркасом в этом случае удобно посредством рассечения поверхности семейством горизонтальных плоскостей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов Г.С. Конструирование технических поверхностей. - М.: Машиностроение - 1987. 188с.

REFERENCES

1. Ivanov G. S. Designing of technical surfaces. - M.: Mechanical engineering - 1987.188p.

DESIGNING OF LINEAR FRAMEWORKS OF SMOOTH TWO-DIMENSIONAL CONTOURS BY MEANS OF BIRATIONAL TRANSFORMATIONS

E.Y. KOSYAKOVA

Kuban State Technological University,
2, Moskovskaya st., Krasnodar, Russian Federation, 350072;
e-mail: betulla@list.ru

In this article is offered the technique of designing of vertical sections of compartments of technical surfaces in the form of a one-parametrical set of one-dimensional contours by means of cubic transformation.
Keywords: mesh framework of a surface, smooth one-dimensional contours, central kremon's transformation, invariant curve, fundamental system, center of transformation, prototype, gomoloid.