

*ФРАКТАЛЬНЫЙ ПОДХОД К ИССЛЕДОВАНИЮ СВОЙСТВ
НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ ГЕТЕРОГЕННЫХ СИСТЕМ*

Б.П. КОЛЕСНИКОВ, А.С. МАГОМАДОВ, Е.И. КОНИКЕВИЧ

*Кубанский государственный технологический университет,
350072, Российская Федерация, г. Краснодар, ул. Московская, 2
электронная почта: gradient06@mail.ru*

На основе положений фрактальной геометрии и теории перколяции исследуется влияние топологических характеристик на физико-механические свойства неупорядоченных гетерогенных систем. Получены формулы для определения (прогнозирования) ряда безразмерных физико-механических свойств в зависимости от введенного безразмерного параметрического критерия.

Ключевые слова: гетерогенная система, фрактальная геометрия, перколяция, кроссовер, физико-механические свойства.

Физико-механические свойства неупорядоченных гетерогенных систем (ГС), к которым относятся обширный круг механических смесей состоящих из различных компонентов, в значительной степени зависят от структуры ГС, которую можно рассматривать как совокупность взаимопроникающих перколяционных кластеров (ПК) и конечных кластеров (КК) обладающих фрактальной структурой. На основе положений фрактальной геометрии и теории перколяции (протекания) [1,2] в настоящей работе предпринята попытка изучения поведения топологических характеристик проводящей части ПК - остова перколяционного кластера (ОПК) при переходе его от фрактального к однородному состоянию (кроссовер), что характерно при реализации различных физико-механических процессов (прессование, спекание и др.). К характеристикам, которые в большей степени влияют на свойства ОПК, относятся – объёмная концентрация $\vartheta_{\text{ОПК}i}$ и смежность [3] (степень контакта) $S_{\text{ОПК}i}$ i -го компонента ГС. Рассмотрим влияние этих характеристик на свойства ОПК на примере безразмерной обобщенной проводимости $\Lambda_{0i} = \frac{\lambda_{0i}}{\lambda_{ik}}$,

где $\lambda_{0i}, \lambda_{ik}$ - соответственно проводимость ОПК и компактного тела i -го компонента ГС. Исследования показали, что при совершении рассматриваемого кроссовера происходит изменение структуры и фрактальной размерности

кластеров в диапазоне изменения концентрации компонента ϑ_i от «нижнего» перколяционного перехода ($\vartheta_i = \vartheta_c$ – «нижний» порог протекания) до полностью консолидированного (компактного) состояния при $\vartheta_i = 1$. При этом кроссовер происходит последовательно - сначала для ПК ($d_f \rightarrow d$) до значений верхнего порога протекания ($\vartheta_i = \vartheta_c^*$), затем для ОПК ($d_b \rightarrow d$) до значения $\vartheta_i = \vartheta_d$, характеризующего окончание кроссовера (исчезновение фрактальной природы ОПК) и начало деформационных процессов в однородной гетерогенной системе вплоть до $\vartheta_i = 1$ (d, d_f, d_b – соответственно размерность 3-х мерного пространства, фрактальная размерность ПК и ОПК [1]).

В результате исследования рассматриваемого кроссовера на задачах узлов и связей различных типов решеток [1,2] и модели двухкомпонентной монодисперсной симметричной ГС, образованной частицами компонентов изометрических форм случайным образом полностью заполняющих весь объём были получены зависимости $\vartheta_{\text{ОПК}i}(\vartheta_i)$ и $C_{\text{ОПК}i}(\vartheta_i)$ в диапазоне $\vartheta_c < \vartheta_i \leq 1$, которые использовались для расчета обобщенной проводимости по формуле $\Lambda_{0i} = \vartheta_{\text{ОПК}i} \sqrt{C_{\text{ОПК}i}}$ [3]. Введя безразмерный параметрический критерий $\theta = (\vartheta_i - \vartheta_c) / (1 - \vartheta_c)$ эта формула была приведена к безразмерному виду $\Lambda_{0i} = \theta^n$, где n – показатель, зависящий от безразмерного параметрического критерия θ . Полученная формула описывает поведение проводимости во всём диапазоне изменений ϑ_i и согласуется с известными выражениями, хорошо «работающими» на отдельных участках указанного диапазона. Так в диапазоне $0 \leq \vartheta_i \leq \vartheta_c$ она согласуется с формулой $\Lambda_{0i} \propto (\vartheta_i - \vartheta_c)^2$ [2,4], в диапазоне $\vartheta_c \leq \vartheta_i \leq \vartheta_d$ согласуется с расчетами для случая ГС с взаимопроникающими компонентами [4], в диапазоне $\vartheta_d < \vartheta_i \leq 1$ даёт значения $\Lambda_{0i} = \vartheta_i^2 \div \vartheta_i^{1.5}$, которые характерны для проводимости консолидированных порошковых материалов [5]. Учитывая инвариантность ПК полученную формулу можно применять при различных значениях ϑ_c (рис. 1).

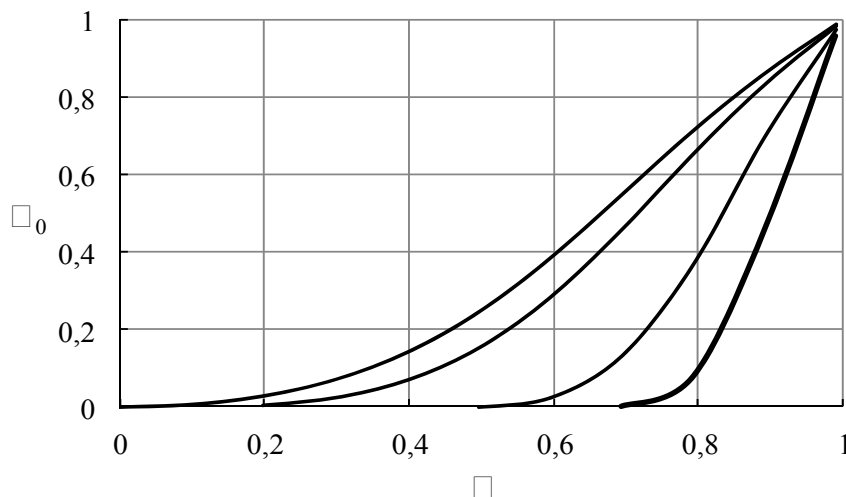


Рисунок 1 – Зависимость проводимости от ν

Определяя проводимость ОПК каждого компонента в многокомпонентной ГС по предложенной формуле можно рассчитать проводимость всей ГС по методике [6]. Например, для двухкомпонентной системы с Λ_{01} и Λ_{02} , при условии $\Lambda_{01} > \Lambda_{02}$, проводимость всей системы рассчитывается по формуле

$$\Lambda_e = \lambda_e / \lambda_1 = \Lambda_{01} + \Lambda_{02} \nu_2 + \frac{\nu_2 (1 - \Lambda_{01} - \Lambda_{02})^2}{\nu_2 (\vartheta_1 - \Lambda_{01}) + (\vartheta_2 - \Lambda_{02})}, \quad \text{где:}$$

$$\nu_2 = \lambda_{2k} / \lambda_{1k} < 1.$$

Полученные выражения $\vartheta_{\text{ОПК}i}(\vartheta_i)$ и $C_{\text{ОПК}i}(\vartheta_i)$ были использованы для расчета ряда других физико-механических свойств ПК. При получении формул для их расчёта применялись зависимости этих свойств от безразмерного контактного (критического) сечения ПК $\alpha_{\text{ОПК}i}$, в котором концентрируются направленные напряжения или процессы [5]. При этом использовалась связь $\alpha_{\text{ОПК}i} = \vartheta_{\text{ОПК}i} * C_{\text{ОПК}i}$, а формулы приводились к безразмерному виду. В качестве примера: $E_0 = \vartheta_{\text{ОПК}i} * C_{\text{ОПК}i} = \theta^{n2}$ - безразмерный модуль упругости, $\xi_0 = \sqrt{C_{\text{ОПК}i}} = \theta^{n3}$ - безразмерный вибрационный коэффициент Пуассона, $\xi_0^* = \sqrt{C_{\text{ОПК}i}} = \theta^{n4}$ - безразмерный контактный коэффициент Пуассона (рис 2).

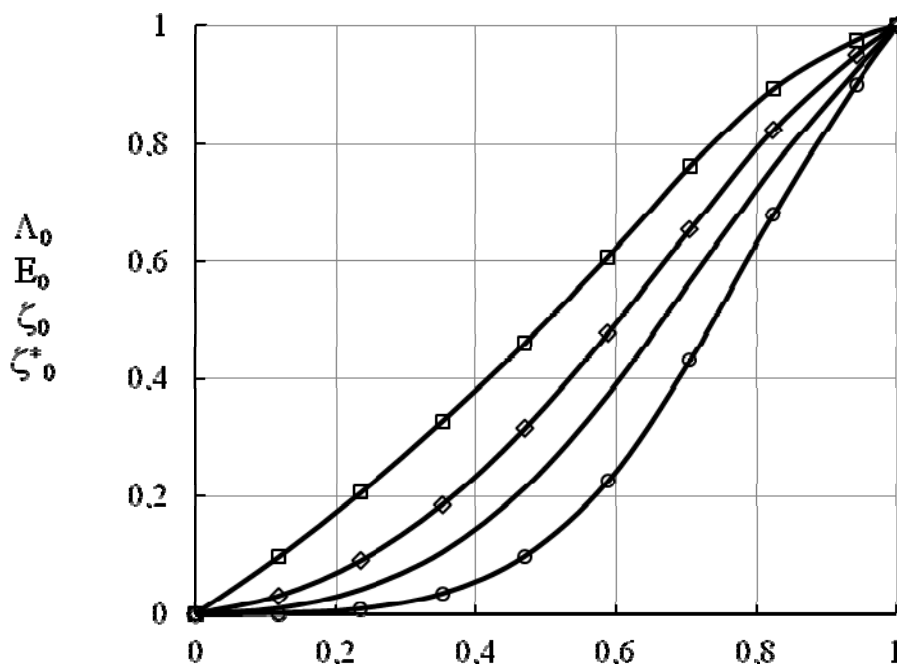


Рисунок 2 – Зависимость физико-механических свойств от θ (сверху вниз $\zeta_0, \zeta_0^*, \Lambda_0, E_0$)

Значения показателей степени в указанных зависимостях являются функциями безразмерного критерия θ . На наш взгляд предложенный подход аналитической оценки изменения топологических характеристик многокомпонентных ГС при дальнейшем его развитии в свете учёта физико-механических свойств компонентов и технологии процессов консолидации позволит рассчитывать (прогнозировать) их эффективные физико-механические свойства в широком диапазоне изменения определяющих параметров.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Тарасевич Ю.Ю.** Перколяция: теория, приложение, алгоритмы. Учебное пособие. М.; Едиториал УРСС, 2002. – 112 с.
2. Лекция № 10. Моделирование ансамблей и решеток частиц и пор. <http://do.gendocs.ru/docs/index-80225.html?page=2>.
3. **Колесников Б.П.** Проводимость «предельных» систем. Материалы второй международной научной конференции ТТС – 10. Сборник материалов. – Краснодар: КВВАУЛ, 2010.

4. Дульнев Г.Н., Новиков В.В. Процессы переноса в неоднородных средах. Л., Энергоатомиздат, 1991. 246 с.

5. Бальшин М.Ю. Научные основы порошковой металлургии и металлургии волокна. М.: Металлургия, 1972.

6. Колесников Б.П. Аппроксимационный подход к расчету проводимости многокомпонентных материалов. Материалы Седьмой международной теплофизической школы: в 2 ч. Тамбов/ГОУ ВПО ТГТУ. – Тамбов, 2010. – Ч. I.

REFERENCES

1 Tarasevich Y.Y. *Percolation theory, application algorithms*. Textbook. М .; Editorial URSS, 2002 - 112 p.

2 Lecture № 10. *Modeling ensembles and arrays of particles and pores*. <http://do.gendocs.ru/docs/index-80225.html?page=2>.

3 Kolesnikov B.P. Conductivity "limit" systems. Proceedings of the Second International Scientific Conference TTS - 10 collection of materials. - Krasnodar KVVAUL 2010.

4 Dulnev GN, Novikov VV Transport processes in heterogeneous environments. L. Energoatomizdat, 1991. 246 p.

5 Balshin M. Yu. *Scientific basis of powder metallurgy and metal fiber*. М .: Metallurgy, 1972.

6 Kolesnikov B.P. *Approximation approach to the calculation of the conductivity of multicomponent materials*. Proceedings of the Seventh International thermophysical school: 2 hours. Tambov / GOU VPO TGTU. - Tambov, 2010 – Ch.

*FRactal Approach to Research of Properties of the Disorder
Heterogeneous Systems*

B.P. KOLESNIKOV, A.S. MAGOMADOV, E.I. KONIKOVICH

*Kuban State Technological University,
2, Moskovskaya st., Krasnodar, Russian Federation, 350072;
e-mail: gradient06@mail.ru*

On the basis of the provisions of fractal geometry and percolation theory examines the impact of the topological characteristics of the physico-mechanical properties of disordered heterogeneous systems. The formulas for determining the (prediction) of a number of dimensionless physical and mechanical properties as a function of dimensionless introduced parametric test.

Key words: heterogeneous system, fractal geometry, percolation, crossover, physical and mechanical properties.