

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ

**Н.А.НАУМОВА, Л.М.ДАНОВИЧ, В.Н. САВИН, Ю.И.ДАНОВИЧ**

*Кубанский государственный технологический университет  
350072, Российская Федерация, г. Краснодар, ул. Московская, 2  
электронная почта: Nataly\_Naumova@mail.ru*

К современным улично-дорожным сетям предъявляются требования сглаживания транспортных потоков и обеспечения безопасности движения транспортных средств и пешеходов. Удовлетворительное выполнение этих функций возможно при определенном уровне автомобилизации городов. В международной практике проблема перегруженности городских дорог решается за счет повышения эффективности управления дорожным движением благодаря внедрению и развитию современных интеллектуальных транспортных систем. Авторами разработана математическая модель распределения транспортных потоков по сети, базирующаяся на гипотезе о распределении интервалов по времени между транспортными средствами по обобщенному закону Эрланга. В статье приведен метод определения исходных данных для разработанной модели на основе мониторинга параметров транспортных потоков. Адекватность модели проверена экспериментально.

**Ключевые слова:** транспортные потоки, математическая модель, параметры распределения, обобщенный закон Эрланга.

К современным улично-дорожным сетям (УДС) предъявляются требования сглаживания транспортных потоков и обеспечения безопасности движения транспортных средств и пешеходов. Однако удовлетворительное выполнение этих функций возможно при определенном уровне автомобилизации городов, превышение которого ведет к частым транспортным заторам. Глобальная реконструкция наиболее загруженных участков автомагистралей, строительство многоуровневых развязок и обходов наиболее насыщенных городских зон в целях отвода из них транзитных потоков требует значительных материальных инвестиций. Поэтому одним из вариантов решения проблемы является рациональное использование существующей УДС. В целом ряде случаев в международной практике проблема перегруженности городских дорог решается за счет повышения эффективности управления дорожным движением, в том числе благодаря внедрению и развитию современных интеллектуальных транспортных систем (ИТС), способных обеспечить

управление дорожным движением на существующей УДС без увеличения плотности дорожной сети.

Методы оптимального управления транспортными потоками должны, в первую очередь, базироваться на математической модели, адекватно описывающей реальный транспортный поток. Иначе результат не будет давать верных прогнозов. В настоящее время существует большое количество моделей распределения УДС, которые можно разделить (по степени детализации потока) на макроскопические, мезоскопические, микроскопические и субмикроскопические модели [1,2]. Каждый тип моделирования имеет свои области применения, положительные и отрицательные стороны. Однако, в основном существующие модели движения автотранспортных средств разработаны в предположении, что интервалы во времени в одном из потоков (главном или второстепенном) распределены по показательному или смещенному экспоненциальному закону, которые неприменимы к транспортным потокам высокой интенсивности. В случае адаптации расчетных формул к реальному распределению вводятся дополнительные коэффициенты, корректирующие слагаемые и множители. Но в результате невозможным становится аналитическое решение задач моделирования. Единственным выходом становится имитационное моделирование, которое влечет за собой большие затраты трудовых и материальных ресурсов.

Авторами в рамках проекта р-юг-а-13-08-96502 разработана математическая модель распределения транспортных потоков по сети, базирующаяся на гипотезе о распределении интервалов по времени между транспортными средствами по обобщенному закону Эрланга [3, 4]. Этот закон позволяет с достаточной точностью аппроксимировать практически любое распределение. Кроме того, выведены в явном аналитическом виде функции транспортных затрат при справедливости этой гипотезы.

К функциональным возможностям ИТС в сфере управления дорожным движением относятся, кроме прочих, мониторинг транспортных потоков на улично-дорожной сети; сбор, хранение и анализ статистических данных и

оптимизация организации дорожного движения. Для получения исходных данных разработанной авторами модели транспортных потоков, необходимо провести фиксацию интервалов между транспортными средствами на каждой полосе движения на подходах к перекресткам в течение 20 минут. По данным мониторинга рассчитывается выборочная средняя  $\bar{x}_B$  и дисперсия  $(\sigma_B)^2$  временных интервалов.

Округлив до целого значения число  $k^* = \frac{\bar{x}_B^2}{\hat{s}^2}$ , выберем параметр  $k$ .

Экспериментальные исследования показали, что параметр  $k$  обобщенного закона Эрланга для транспортных потоков может принимать значения от 1 до 4, и зависит от интенсивности и наличия «пачек» в потоке.

Используя метод моментов, авторами были составлены и решены системы алгебраических уравнений для определения параметров  $\lambda_i$  обобщенного закона Эрланга.

При  $k = 2$  и выполнении условий  $(\sigma_B)^2 < \left(\bar{x}_B^-\right)^2 < 2(\sigma_B)^2$  значения параметров следующие:

$$\lambda_0 = \frac{2}{\bar{x}_B + \sqrt{2(\sigma_B)^2 - (x_B)^2}}, \quad \lambda_1 = \frac{2}{\bar{x}_B - \sqrt{2(\sigma_B)^2 - (x_B)^2}}.$$

При  $k = 3$ :

$$\lambda_1 = x \cdot \lambda_0, \quad \lambda_2 = x \cdot \lambda_1 = x^2 \cdot \lambda_0,$$

$$x = \frac{\left(\bar{x}_B^-\right)^2 + (\sigma_B)^2 + \sqrt{\left(-\left(\bar{x}_B^-\right)^2 + 3(\sigma_B)^2\right) \cdot \left(3\left(\bar{x}_B^-\right)^2 - (\sigma_B)^2\right)}}{2\left(\bar{x}_B^-\right)^2 - (\sigma_B)^2}; \quad \lambda_0 = \frac{x^2 + x + 1}{x^2} \cdot \frac{1}{\bar{x}_B^-},$$

при условии  $(\sigma_B)^2 < \left(\bar{x}_B^-\right)^2 < 3(\sigma_B)^2$ .

При  $k = 4$  и выполнении условия  $(\sigma_B)^2 < \left(\bar{x}_B^-\right)^2$  значения параметров следующие:

$$\lambda_1 = x \cdot \lambda_0, \quad \lambda_2 = x \cdot \lambda_1 = x^2 \cdot \lambda_0, \quad \lambda_3 = x \cdot \lambda_2 = x^3 \cdot \lambda_0,$$

$$x = \frac{y \pm \sqrt{y^2 - 4}}{2}, \quad y = \frac{(\sigma_B)^2 + \sqrt{((\bar{x}_B)^2 - (\sigma_B)^2)^2 + (\bar{x}_B)^4}}{(\bar{x}_B)^2 - (\sigma_B)^2}; \quad \lambda_0 = \frac{(x^2 + 1)(x + 1)}{x^3} \cdot \frac{1}{\bar{x}_B}.$$

Отметим, что если  $k^* = \frac{\bar{x}_B^2}{\hat{s}^2}$  - целое число, то для всех  $k \in \{2, 3, 4\}$  значение  $x = 1$ , а следовательно все  $\lambda_i$  совпадают. Таким образом, получим специальное распределение Эрланга, подробно рассмотренное авторами ранее.

Для проверки адекватности базовых расчетных формул разработанной математической модели авторами были проведены натурные эксперименты по определению величины средней задержки и длины очереди на нерегулируемых перекрестках и перекрестках с жестким светофорным регулированием. Значимость расхождений между экспериментальными и теоретическими значениями была проверена по критерию Пирсона, который показал хорошую согласованность между полученными значениями. Кроме этого по критерию Стьюдента (двусторонний критерий при уровне значимости  $\alpha = 0,1$ ) была проверена и подтверждена гипотеза о равенстве нулю относительного отклонения теоретических значений от полученных экспериментальных.

Разработанная математическая модель позволяет решать как оптимизационные задачи локального порядка, так и оптимизацию распределения транспортных потоков в рамках всей улично-дорожной сети. Работа выполнена при поддержке РФФИ и администрации Краснодарского края, проект р-юг-а-13-08-96502.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Семенов В.В. Математическое моделирование динамики транспортных потоков мегаполиса: Обзорный реферат. – М., 2003. – 44 с.
2. Гасников А.В. и др. Введение в математическое моделирование транспортных потоков: учеб. пособие / Гасников А.В., Кленов С.Л., Нурминский Е.А., Холодов Я.А., Шамрай Н.Б. Под ред. Гасникова А.В. – М.: МФТИ, 2010. – 362 с.

3. Наумова Н.А. Метод определения функции транспортных затрат в узловых точках сети// Фундаментальные исследования. – 2013. – № 8 (часть 4). - стр. 853-857

4. Наумова Н.А. Метод определения функции транспортных затрат для узловой точки сети типа «нерегулируемое пересечение потоков требований». //Фундаментальные исследования.- №10 (часть 4). - 2013 - с.с.717-722

#### REFERENCES

1. Semenov, V.V. Matematicheskoye modelirovaniye dinamiki transportnykh potokov megapolisa: Obzornyy referat [Mathematical modelling of traffic flows dynamics in the megapolis: Review], Moscow, 2003.

2. Gasnikov A.V., Klenov S.L., Nurminskiy E.A., Holodov Y.A., Shamray N.B. Vvedenie v matematicheskoe modelirovanie transportnykh potokov [Introduction to mathematical modeling of traffic flows]. Moscow, MPhTI,2010. 362 p.

3. Naumova N. A.Metod opredeleniya funktsii transportnykh zatrat v uzlovykh tochkah seti [The method of determining functions of transport costs at the nodal points in the network]. Fundamentalnye issledovaniya - Fundamental research, 2013, no 8 (part 4),p.p. 853-857.

4. Naumova N.A. Metod opredeleniya funktsii transportnykh zatrat dlya uzlovoy toчки seti tipa «nereguliruyemoye peresecheniye potokov trebovaniy» [The method of determining the function of transport costs at the nodal point of the type "unregulated crossing streams requirements."]. Fundamentalnye issledovaniya - Fundamental research, 2013, no 8 (part 4),p.p. 717 - 722.

*THE DETERMINATION OF INPUT DATA FOR THE MATHEMATICAL MODEL  
OF TRAFFIC FLOW*

**N.A. NAUMOVA, L.M. DANOVICH, V.N. SAVIN, YU.I. DANOVICH**

*Kuban State Technological University  
2, Moskovskaya st., Krasnodar, Russian Federation, 350072,  
e-mail: Nataly\_Naumova@mail.ru*

Requirements of smoothing traffic flow and traffic safety of vehicles and pedestrians apply to modern urban road networks. . The satisfactory performance of these functions are available when a certain level of motorization cities. In international practice, the problem of urban congestion is solved by improving the efficiency of traffic management through the introduction and development of modern intelligent transportation systems. The authors have developed a mathematical model of the distribution of traffic flows on the network. The model is based on the hypothesis that the distribution of time intervals between vehicles on the generalized Erlang law. The paper presents a method for determining the initial data for the model developed based on the monitoring of traffic flow parameters. Adequacy of the model is experimentally verified.

**Keywords:** traffic flow, mathematical model, parameters of the distribution, generalized law of Erlang.