

## ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОВОРОТНОГО КОЛЕСА С ПОМОЩЬЮ РЕАЛЬНЫХ ЗАКОНОВ ДВИЖЕНИЯ

А.И. СМЕЛЯГИН

*Кубанский государственный технологический университет,  
350072, Российская Федерация, г. Краснодар, ул. Московская, 2,  
электронная почта: asmelyagin@yandex.ru*

Транспортные устройства широко применяются как в быту, так и в промышленности. К ним, например, относятся автомобили, велосипеды, поезда, мотоциклы, трамваи, моноколеса, подвижные роботы, гироскутеры, и тому подобные машины. Практически большая часть современных транспортных средств перемещается с помощью колёс. Колесо считается одним из важнейших изобретений человечества. Колёса транспортных средств обеспечивают как основную функцию по их перемещению, так и осуществляют их управляемый поворот. Для того чтобы создавать легко управляемые, комфортные и удобные транспортные средства необходимо проводить их структурный синтез и динамический анализ. Структурный синтез механических устройств это основной и самый ответственный этап при создании новой техники. Если структура устройства выбрана не рационально, то сколько в дальнейшем не улучшай машину, она все всё равно будет не качественной. Структурный анализ устанавливает видовую принадлежность объекта, а, следовательно, позволяет выбрать методы его кинематического, динамического и силового исследования. В работе структурный анализ проводится с помощью разработанных структурных формул. Используя новые законы и уравнения движения материальных объектов проведено исследование сложного движения двухподвижного поворотного колеса. Проведённые исследования показали полное соответствие теоретических результатов реальным физическим устройствам. Это даёт основания для применения новых законов и уравнений классической механики к широкому использованию.

**Ключевые слова:** законы механики, работа, вращательное движение, момент инерции, плоскопараллельное движение, сила, момент сил, число степеней свободы, скорость, масса, ускорение.

Наука, исследующая взаимодействия, равновесие и механические движения - динамику материальных тел называется классической механикой [1-3].

Основой классической механики являются труды Галилея, Ньютона, Эйлера [4-6], а также выведенные из них общие теоремы динамики и принципы [1-8].

Анализ классических законов - аксиом И. Ньютона и современных их формулировок показывает, что они не являются ни законами и ни аксиомами.

Это обусловлено тем, что так называемые законы Ньютона относятся только к не существующим материальным точкам [7-12].

Поэтому в [13] были сформулированы:

- новые законы движения механических объектов;
- законы равновесия материальных тел.

В работе [14] были уточнены сформулированные ранее законы движения материальных тел, которые приобрели следующий вид.

#### Законы-Аксиомы движения

1. *Взаимодействия материальных тел пары, равновелики и противоположно направлены*

$$I_1 = I_2.$$

2. *Если на тело действует уравновешенная система взаимодействий, то оно движется с постоянной скоростью ( $\bar{v} = const$ ) или находится в покое ( $\bar{v} = 0$ ).*

3. *Работы внешних и инерционных взаимодействий материальных тел на любом перемещении равны между собой*

$$\sum A_{ij} = \sum A_{\Phi ij},$$

где:

$A_{ij}$  – работа на исследуемом перемещении объекта, совершаемая всеми внешними (активными) взаимодействиями;

$A_{\Phi ij}$  – работа инерционных взаимодействий на исследуемом перемещении;

$i$  – число взаимодействий;

$j$  – число степеней свободы (подвижность).

Итак, если исследуемый механический объект имеет несколько степеней свободы, то для изучения его движения необходимо записывать столько уравнений сколько у него подвижностей.

Приведём на конкретных примерах практическое применение полученных в [14] законов движения и докажем их достоверность для механических систем с многими степенями свободы.

При исследовании движения исследуемого объекта примем, что на него действуют постоянные внешние силы и моменты сил. Движение объекта происходит при начальных нулевых условиях.

### Качение поворотного колеса

Пусть колесо радиусом  $R$  (рис.1) массой  $m$  с моментом инерции  $I = mR^2$  совершает горизонтальное и поворотное движение под действием моментов сил  $M$  и моментов сил вращения  $M_B$ . Так же на колесо действуют: моменты сил трения качения  $M_C$  и вращения  $M_{CB}$ ; моменты сил инерции  $M_\Phi$  и  $M_{\Phi B}$ ; сила сопротивления движению колеса  $F$ ; сила инерции  $\Phi$ .

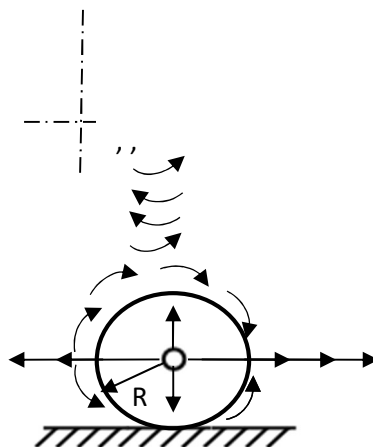


Рис. 1 Поворотное колесо

Необходимо найти закон движения колеса и его основные кинематические параметры.

Приложим к телу все действующие на него силы, моменты сил и кинематические параметры (рис.1).

Для исследования движения тела воспользуемся законами движения материальных тел, сформулированными в [14].

Третий закон движения устанавливает, что работы внешних и инерционных взаимодействий материальных тел на любом перемещении равны между собой

$$\sum A_{ij} = \sum A_{\Phi ij}, \quad (1)$$

Чтобы знать сколько необходимо записать уравнений (1), найдём число степеней свободы (подвижность  $W$ ) исследуемого поворотного колеса.

Подвижность исследуемого поворотного колеса можно найти по формуле [15-18]

$$W = Pn - \sum_{i=1}^{P-1} (P - i)p_i, \quad (2)$$

где:  $P$  - подвижность пространства в котором движется колесо;  $n$  - число подвижных тел колеса;  $i=1,2,3\dots$  - целочисленный индекс;  $p_i$  - число кинематических пар  $i$  - той подвижности.

Анализ рисунка 1 показывает, что поворотное колесо существует в трёхмерном ( $M=3$ ) и трёхподвижном ( $P=3$ ) пространстве [15-18] и имеет одно ( $n=1$ ) звено (колесо) и одну ( $p_2=1$ ) двухподвижную кинематическую пару.

Подставив подвижность пространства в (2), найдём формулу для определения числа степеней свободы поворотного колеса

$$W = Pn - 2p_1 - p_2. \quad (3)$$

Подставив начальные условия в (3), определим подвижность исследуемого объекта

$$W = 3 \cdot 1 - 1 = 2. \quad (4)$$

Итак, исследуемый объект имеет две степени свободы или он двухподвижен.

Одна подвижность вращающегося колеса реализуется при его плоскопараллельном движении, а вторая при его повороте.

Так как поворотное колесо имеет две степени свободы, то запишем (1) для каждой подвижности

$$\sum A_{i1} = \sum A_{\Phi i1}, \quad (5)$$

$$\sum A_{i2} = \sum A_{\Phi i2}, \quad (6)$$

Распишем (5) и (6) для этих движений

$$M \cdot \varphi - M_c \cdot \varphi - F \cdot S = M_\Phi \cdot \varphi + \Phi \cdot S. \quad (7)$$

$$M_B \cdot \varphi_B - M_{CB} \cdot \varphi_B = M_{\Phi B} \cdot \varphi_B. \quad (8)$$

Для определения законов движения поворотного колеса, поочередно решим уравнения (7) и (8).

Для исследования уравнений (7) и (8) свяжем между собой линейные и угловые кинематические параметры.

$$S = \varphi R. \quad (9)$$

$$\varphi = \frac{S}{R}. \quad (10)$$

$$S' = \varphi' R. \quad (11)$$

$$\varphi' = \frac{S'}{R}. \quad (12)$$

$$S'' = \varphi'' R. \quad (13)$$

$$\varphi'' = \frac{S''}{R}. \quad (14)$$

Подставив (9-14) в уравнение (7) и учитывая, что сила инерции, момент сил инерции и момент сил сопротивления (трения качения), соответственно, равны

$$\Phi = ma, \quad (15)$$

$$M_{\Phi} = I\varepsilon, \quad (16)$$

$$M_C = \mu mg, \quad (17)$$

получим

$$M \frac{S}{R} - \mu mg \frac{S}{R} - FS - mR^2 \frac{S''}{R} + mS''S, \quad (15)$$

где  $\mu$  – коэффициент трения качения.

Преобразуем (15)

$$S'' = \frac{\frac{M}{R} - \frac{\mu mg}{R} - F}{2m} \quad (16)$$

После двукратного интегрирования (16) и, учитывая принятые начальные условия, найдем скорость и закон движения колеса при его плоскопараллельном движении

$$S' = \frac{\frac{M}{R} - \frac{\mu mg}{R} - F}{2m} t \quad (17)$$

$$S = \frac{\frac{M}{R} - \frac{\mu mg}{R} - F}{2m} t^2 \quad (18)$$

Теперь рассмотрим вращательное (поворотное) движение колеса, для чего исследуем уравнение (8)

$$M_B - M_{CB} = M_{ФВ}. \quad (19)$$

Примем, что моменты трения верчения и сил инерции, соответственно определяются

$$M_{CB} = \gamma mg, \quad (20)$$

$$M_{ФВ} = I_B \varepsilon_B, \quad (21)$$

где:  $\gamma$  – коэффициент трения верчения;

$I_B$  – момент инерции колеса относительно оси его вращения.

С учётом (20) и (21) уравнение (19) примет вид

$$M_B - \gamma mg = I_B \varphi_B''. \quad (22)$$

После двукратного интегрирования (22) и, учитывая принятые начальные условия, найдем угловую скорость и закон движения колеса при его вращении

$$\dot{\varphi}_B = \frac{M_B - \gamma mg}{I_B} t \quad (23)$$

$$\varphi_B = \frac{M_B - \gamma mg}{I_B} \frac{t^2}{2}. \quad (23)$$

Анализ поворотного колеса (рис.1) показывает, что его движение является сложным. Следовательно, для определения кинематических характеристик любых точек колеса необходимо воспользоваться теоремой о сложении скоростей и ускорений при сложном движении.

## Выводы

По результатам работы можно заключить:

- с помощью новых законов движения материальных тел исследовано сложное движение двухподвижного поворотного колеса;
- найденные законы движения поворотного колеса соответствуют движению реального объекта;
- полученные позволяет рекомендовать новые законы механики к исследованию механических с многими степенями свободы;

## ЛИТЕРАТУРА

1. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики. – М.: Высш. шк., 1990. – 607 с.
2. Голубев Ю. Ф. Основы теоретической механики. 2-е изд. - М.: Изд-во МГУ, 2000. — 720 с.
3. Кузьмичев В.Е. Законы и формулы физики. – Киев: Наук. Думка, 1989. – 864 с.
4. Галилео Галилей. Избранные труды в двух томах. — М.: Наука, 1964.
5. Ньютон Исаак. Математические начала натуральной философии. - М.: Наука, 1989. – 688с.
6. Эйлер Л. Основы динамики точки. – Москва – Ленинград: НТИ- НКТП СССР, 1938. – 500с.
7. Харламов П.В. Очерки об основаниях механики. Мифы, заблуждения и ошибки. - Киев: Наук, думка, 1995. - 407 с.
8. Ишлинский А.Ю. Механика: идеи, задачи, приложения. М.: Наука, 1985, 624 с.
9. Смелягин А.И. Аксиомы или законы движения сформулировал и. Ньютон. Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). Научный журнал. №2. – Краснодар: издательский Дом – Юг, 2014. с.11-16
10. Смелягин А.И. Законы и понятия классической механики. Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). Научный журнал. №3. – Краснодар: издательский Дом – Юг, 2019. с.21-27
11. Смелягин А.И. Основные, первичные понятия механики. Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). Научный журнал. №2. – Краснодар: издательский Дом – Юг, 2014. С.17-26.
12. Смелягин А.И. Объекты, для которых сформулированы аксиомы или законы классической механики. Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). Научный журнал. № 1. - Краснодар: издательский Дом – Юг, 2014. — С. 21–25.

13. Смелягин А.И. Об основных понятиях и законах классической механики. Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). Научный журнал. № 2. – Краснодар: издательский Дом – Юг, 2020. с.25-38.

14. Смелягин А.И. О реальных законах движения. Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). Научный журнал. № 3. – Краснодар: издательский Дом – Юг, 2020. с.11-16.

15. Смелягин А.И. Теория механизмов и машин. Москва-Новосибирск, ИНФРА-М, 2008. -263с.

16. Смелягин А.И. Теория механизмов и машин. Курсовое проектирование. –М.: ИНФРА-М, 2019. -263с.

17. Смелягин А.И. Структура механизмов и машин. –М.: Высш. шк., 2014. -304 с.

18. Структура машин, механизмов и конструкций. –М.: ИНФРА-М, 2019. -387 с.

#### REFERENCES

1. Nikitin N.N. Kurs teoreticheskoy mekhaniki. – М.: Vyssh. shk., 1990. – 607 s.

2. Golubev Yu. F. Osnovy teoreticheskoy mekhaniki. 2-e izd. - М.: Izd-vo MGU, 2000. — 720 s.

3. Kuzmichev V.E. Zakony i formuly fiziki. – Kiev: Nauk. Dumka, 1989. – 864 s.

4. Galileo Galiley. Izbrannyye trudy v dvukh tomakh. — М.: Nauka, 1964.

5. Nyuton Isaak. Matematicheskie nachala naturalnoy filosofii. - М.: Nauka, 1989. – 688s.

6. Eyler L. Osnovy dinamiki tochki. – Moskva – Leningrad: NTI- NKTP SSSR, 1938. – 500s.

7. Kharlamov P.V. Ocherki ob osnovaniyakh mekhaniki. Mify, zabluzhdeniya i oshibki. - Kiev: Nauk, dumka, 1995. - 407 s.



8. Ishlinskiy A.Yu. Mekhanika: idei, zadachi, prilozheniya. M.: Nauka, 1985, 624 s.
9. Smelyagin A.I. Aksiomy ili zakony dvizheniya sformuliroval i. Nyuton. Nauka. Tekhnika. Tekhnologii (politekhnicheskiy vestnik). Nauchnyy zhurnal. №2. – Krasnodar: izdatelskiy Dom – Yug, 2014. s.11-16
10. Smelyagin A.I. Zakony i ponyatiya klassicheskoy mekhaniki. Nauka. Tekhnika. Tekhnologii (politekhnicheskiy vestnik). Nauchnyy zhurnal. №3. – Krasnodar: izdatelskiy Dom – Yug, 2019. s.21-27
11. Smelyagin A.I. Osnovnye, pervichnye ponyatiya mekhaniki. Nauka. Tekhnika. Tekhnologii (politekhnicheskiy vestnik). Nauchnyy zhurnal. №2. – Krasnodar: izdatelskiy Dom – Yug, 2014. S.17-26.
12. Smelyagin A.I. Obekty, dlya kotorykh sformulirovany aksiomy ili zakony klassicheskoy mekhaniki. Nauka. Tekhnika. Tekhnologii (politekhnicheskiy vestnik). Nauchnyy zhurnal. № 1. - Krasnodar: izdatelskiy Dom – Yug, 2014. — S. 21–25.
13. Smelyagin A.I. Ob osnovnykh ponyatiyakh i zakonakh klassicheskoy mekhaniki. Nauka. Tekhnika. Tekhnologii (politekhnicheskiy vestnik). Nauchnyy zhurnal. № 2. – Krasnodar: izdatelskiy Dom – Yug, 2020. s.25-38.
14. Smelyagin A.I. O realnykh zakonakh dvizheniya. Nauka. Tekhnika. Tekhnologii (politekhnicheskiy vestnik). Nauchnyy zhurnal. № 3. – Krasnodar: izdatelskiy Dom – Yug, 2020. s.11-16.
15. Smelyagin A.I. Teoriya mekhanizmov i mashin. Moskva-Novosibirsk, INFRA-M, 2008. -263s.
16. Smelyagin A.I. Teoriya mekhanizmov i mashin. Kursovoe proektirovanie. –M.: INFRA-M, 2019. -263s.
17. Smelyagin A.I. Struktura mekhanizmov i mashin. –M.: Vyssh. shk., 2014. -304 s.
18. Struktura mashin, mekhanizmov i konstruktsiy. –M.: INFRA-M, 2019. - 387 s.

*DYNAMIC ANALYSIS OF A ROTARY WHEEL USING REAL LAWS OF MOTION***A.I. SMELYAGIN**

*Kuban State Technological University,  
2, Moskovskaya st., Krasnodar, Russian Federation, 350072,  
e-mail: asmelyagin@yandex.ru*

Transport devices are widely used both in everyday life and in industry. These include, for example, cars, bicycles, trains, motorcycles, trams, monowheels, mobile robots, gyrocutters, and similar machines. In practice, most modern vehicles are driven by wheels. The wheel is considered one of the most important inventions of mankind. The wheels of vehicles provide both the main function of moving them, and carry out their controlled rotation. In order to create easy-to-drive, comfortable and convenient vehicles, it is necessary to conduct their structural synthesis and dynamic analysis. Structural synthesis of mechanical devices is the main and most important stage in the creation of new technology. If the structure of the device is not chosen rationally, then no matter how much you improve the car in the future, it will still not be of high quality. Structural analysis determines the species of the object, and, therefore, allows you to choose methods for its kinematic, dynamic and force research. In this paper, structural analysis is performed using the developed structural formulas. Using the new laws and equations of motion of material objects, a study of the complex movement of a two-movable rotary wheel was conducted. The research has shown that the theoretical results fully correspond to real physical devices. This gives grounds for applying the new laws and equations of classical mechanics to wide use.

**Keywords:** laws of mechanics, work, rotational motion, moment of inertia, plane-parallel motion, force, moment of forces, number of degrees of freedom, speed, mass, acceleration.