

*ДИАГРАММА ДЛЯ ГИБРИДНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПЕРЕМЕЩЕНИЕМ
ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО ОРГАНА ЭЛЕКТРОПРИВОДА ПОСТОЯННОГО ТОКА
С ОГРАНИЧЕНИЕМ ВТОРОЙ ПРОИЗВОДНОЙ СКОРОСТИ*

Ю.П. ДОБРОБАБА, Г.А. КОШКИН, В.А. МАХОВА

*Кубанский государственный технологический университет
350072, Российская Федерация, г. Краснодар, ул. Московская, 2;
электронная почта: viktorya.mah@yandex.ru*

Диаграммы для управления перемещением исполнительного органа электропривода постоянного тока, обеспечивают либо максимальное быстродействие, либо минимум потребляемой электроэнергии за цикл. Авторы предлагают использовать гибридные диаграммы для управления перемещением исполнительного органа электропривода постоянного тока. Под гибридной диаграммой подразумевается диаграмма, обеспечивающая требуемое перемещение исполнительного органа электропривода за заданное время с минимально возможным потреблением электроэнергии.

Ключевые слова: гибридное управление, постоянный ток, электропривод, диаграммы.

В настоящее время известны: диаграмма оптимального по быстродействию перемещением исполнительного органа электропривода постоянного тока с ограничением второй производной скорости [1,2] и энергосберегающая диаграмма перемещением исполнительного органа электропривода постоянного тока с ограничением второй производной скорости [3].

В данной работе предлагается разработать диаграмму для гибридного управления перемещением исполнительного органа электропривода постоянного тока с ограничением второй производной скорости.

Гибридная диаграмма обеспечивает требуемое перемещением исполнительного органа электропривода за заданное время с минимально возможным потреблением электроэнергии. На рисунке 1 представлена диаграмма для гибридного управления перемещением исполнительного органа электропривода постоянного тока с ограничением второй производной скорости, состоящая из трёх этапов.

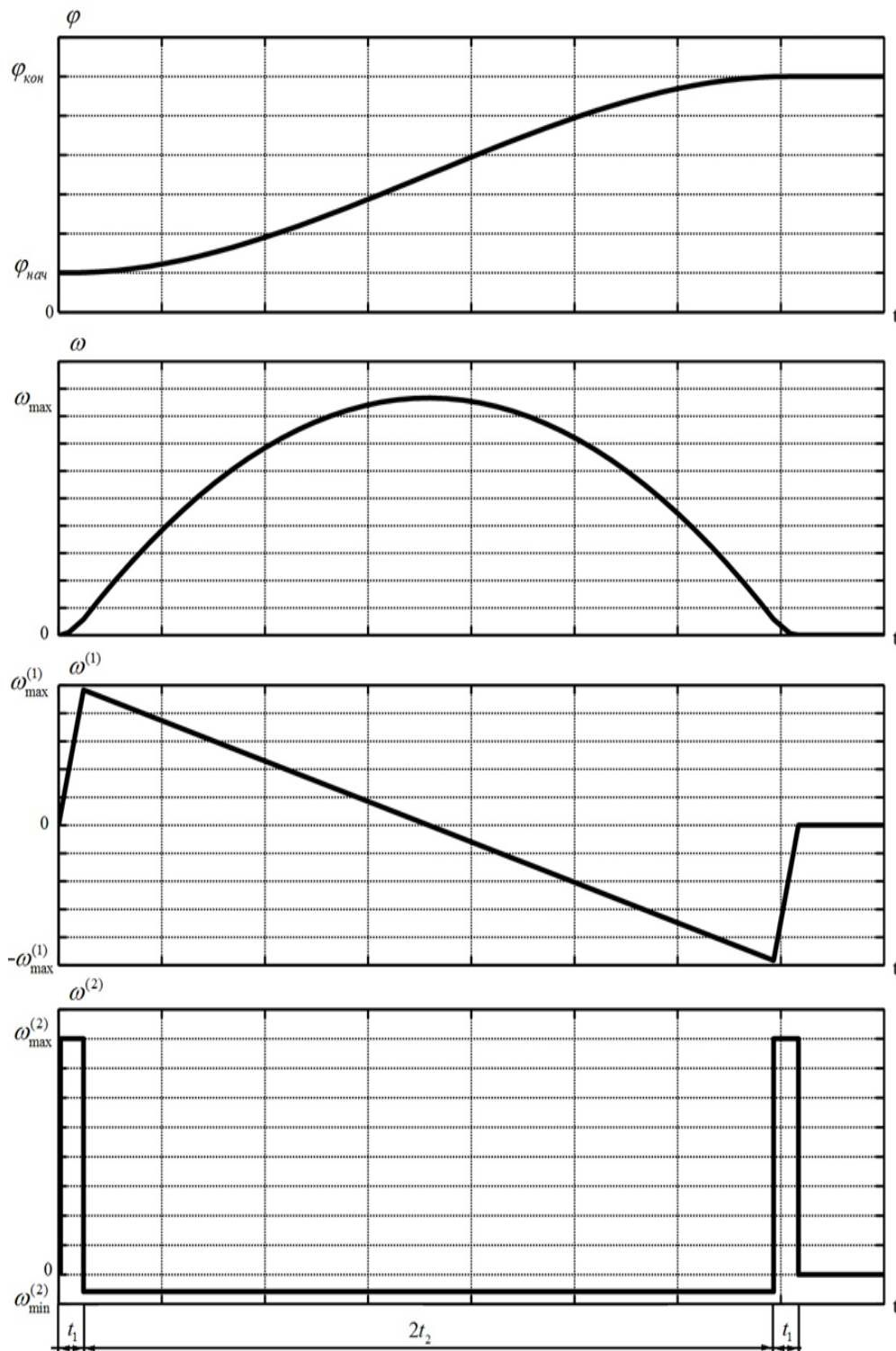


Рисунок 1 - Диаграмма для гибридного управления перемещением исполнительного органа электропривода постоянного тока с ограничением второй производной скорости

На первом и третьем этапах вторая производная угловой скорости исполнительного органа электропривода равна максимальному значению $\omega_{\max}^{(2)}$; на втором этапе вторая производная угловой скорости исполнительного органа электропривода равна минимальному значению $\omega_{\min}^{(2)}$. Длительность

первого и третьего этапов равна t_1 , длительность второго этапа равна $2t_2$. В момент времени t_1 первая производная угловой скорости исполнительного органа электропривода достигает максимального значения $\omega_{\max}^{(1)}$; в момент времени $(t_1 + 2t_2)$ первая производная угловой скорости исполнительного органа электропривода достигает максимального значения со знаком «минус» $-\omega_{\max}^{(1)}$. В момент времени $(t_1 + t_2)$ угловой скорости исполнительного органа электропривода достигает максимального значения ω_{\max} . За время цикла $T_{\text{ц}} = 2t_1 + 2t_2$ исполнительный орган электропривода перемещается от начального значения угла поворота $\varphi_{\text{нач}}$ до конечного значения угла поворота $\varphi_{\text{кон}}$.

Для определения параметров гибридной диаграммы перемещения исполнительного органа электропривода постоянного тока с ограничением второй производной скорости найдены аналитические зависимости координат электропривода от времени при его движении с указанной диаграммой.

Этап 1. В интервале времени $0 \leq t \leq t_1$:

$$\omega^{(2)}(t) = \omega_{\max}^{(2)};$$

$$\omega^{(1)}(t) = \omega_{\max}^{(2)} \cdot t;$$

$$\omega(t) = \frac{1}{2} \omega_{\max}^{(2)} \cdot t^2;$$

$$\varphi(t) = \varphi_{\text{нач}} + \frac{1}{6} \omega_{\max}^{(2)} \cdot t^3;$$

$$I_{\text{я}}(t) = \frac{1}{C_{\text{м}}} \cdot [M_{\text{с0}} + J \omega_{\max}^{(2)} \cdot t];$$

$$I_{\text{я}}^{(1)}(t) = \frac{J}{C_{\text{м}}} \cdot \omega_{\max}^{(2)};$$

$$U(t) = \frac{1}{2} C_{\text{е}} \omega_{\max}^{(2)} \cdot t^2 + \frac{R_{\text{я}}}{C_{\text{м}}} \cdot [M_{\text{с0}} + J \omega_{\max}^{(2)} \cdot t] + \frac{L_{\text{я}} J}{C_{\text{м}}} \cdot \omega_{\max}^{(2)},$$

где $I_{я}$ – ток якорной цепи электродвигателя, А;

$I_{я}^{(1)}$ – первая производная тока якорной цепи электродвигателя, $\frac{А}{с}$;

U – напряжения, приложенное к якорной цепи электродвигателя, В;

C_e – коэффициент пропорциональности между скоростью и ЭДС электродвигателя, $\frac{В \cdot с}{рад}$;

C_M – коэффициент пропорциональности между током и моментом электродвигателя, В · с;

$R_{я}$ – сопротивление якорной цепи электродвигателя, Ом;

$L_{я}$ – индуктивность якорной цепи электродвигателя, Гн;

J – момент инерции исполнительного органа электропривода, кг·м²;

$M_{со}$ – момент сопротивления электропривода, Н·м.

Этап 2. В интервале времени $t_1 \leq t \leq (t_1 + 2t_2)$:

$$\omega^{(2)}(t) = \omega_{\min}^{(2)};$$

$$\omega^{(1)}(t) = \omega_{\max}^{(2)} \cdot t_1 + \omega_{\min}^{(2)} \cdot (t - t_1);$$

$$\omega(t) = \frac{1}{2} \omega_{\max}^{(2)} \cdot t_1^2 + \omega_{\max}^{(2)} \cdot t_1 \cdot (t - t_1) + \frac{1}{2} \omega_{\min}^{(2)} \cdot (t - t_1)^2;$$

$$\varphi(t) = \varphi_{\text{нач}} + \frac{1}{6} \omega_{\max}^{(2)} \cdot t_1^3 + \frac{1}{2} \omega_{\max}^{(2)} \cdot t_1^2 \cdot (t - t_1) + \frac{1}{2} \omega_{\max}^{(2)} \cdot t_1 \cdot (t - t_1)^2 + \frac{1}{6} \omega_{\min}^{(2)} \cdot (t - t_1)^3;$$

$$I_{я}(t) = \frac{1}{C_M} \cdot \left\{ M_{со} + J \omega_{\max}^{(2)} \cdot \left[t - \frac{t_1}{t_2} \cdot (t - t_1) \right] \right\};$$

$$I_{я}^{(1)}(t) = -\frac{J}{C_M} \cdot \omega_{\max}^{(2)} \cdot \frac{t_1}{t_2};$$

$$U(t) = C_e \omega_{\max}^{(2)} \cdot \left[\frac{1}{2} t_1^2 + t_1 \cdot (t - t_1) - \frac{1}{2} \cdot \frac{t_1}{t_2} \cdot (t - t_1)^2 \right] +$$

$$+ \frac{R_{\text{я}}}{C_{\text{м}}} \cdot \left\{ M_{\text{сo}} + J \omega_{\text{max}}^{(2)} \cdot \left[t - \frac{t_1}{t_2} \cdot (t - t_1) \right] \right\} - \frac{L_{\text{я}} J}{C_{\text{м}}} \cdot \omega_{\text{max}}^{(2)} \cdot \frac{t_1}{t_2}.$$

Этап 3. В интервале времени $(t_1 + 2t_2) \leq t \leq (2t_1 + 2t_2)$:

$$\omega^{(2)}(t) = \omega_{\text{max}}^{(2)} ;$$

$$\omega^{(1)}(t) = \omega_{\text{max}}^{(2)} \cdot t_1 + 2\omega_{\text{min}}^{(2)} \cdot t_2 + \omega_{\text{max}}^{(2)} \cdot (t - t_1 - 2t_2) ;$$

$$\omega(t) = \omega_{\text{max}}^{(2)} \cdot \left(\frac{1}{2} t_1^2 + 2t_1 t_2 \right) + 2\omega_{\text{min}}^{(2)} \cdot t_2^2 + \omega_{\text{max}}^{(2)} \cdot t_1 \cdot (t - t_1 - 2t_2) +$$

$$+ 2\omega_{\text{min}}^{(2)} \cdot t_2 \cdot (t - t_1 - 2t_2) + \frac{1}{2} \omega_{\text{max}}^{(2)} \cdot (t - t_1 - 2t_2)^2 ;$$

$$\varphi(t) = \varphi_{\text{нач}} + \omega_{\text{max}}^{(2)} \left(\frac{1}{6} t_1^3 + t_1^2 t_2 + 2t_1 t_2^2 \right) + \frac{4}{3} \omega_{\text{min}}^{(2)} \cdot t_2^3 +$$

$$+ \omega_{\text{max}}^{(2)} \cdot \left(\frac{1}{2} t_1^2 + 2t_1 t_2 \right) \cdot (t - t_1 - 2t_2) + 2\omega_{\text{min}}^{(2)} \cdot t_2^2 \cdot (t - t_1 - 2t_2) +$$

$$+ \frac{1}{2} \omega_{\text{max}}^{(2)} \cdot t_1 \cdot (t - t_1 - 2t_2)^2 + \omega_{\text{min}}^{(2)} \cdot t_2 \cdot (t - t_1 - 2t_2)^2 + \frac{1}{6} \omega_{\text{max}}^{(2)} \cdot (t - t_1 - 2t_2)^3 ;$$

$$I_{\text{я}}(t) = \frac{1}{C_{\text{м}}} \cdot \left\{ M_{\text{сo}} + J \omega_{\text{max}}^{(2)} \cdot \left[-t_1 + (t - t_1 - 2t_2) \right] \right\} ;$$

$$I_{\text{я}}^{(1)}(t) = \frac{J}{C_{\text{м}}} \cdot \omega_{\text{max}}^{(2)} ;$$

$$U(t) = C_{\text{е}} \omega_{\text{max}}^{(2)} \cdot \left[\frac{1}{2} t_1^2 + t_1 \cdot (t - t_1 - 2t_2) + \frac{1}{2} \cdot (t - t_1 - 2t_2)^2 \right] +$$

$$+ \frac{R_{\text{я}}}{C_{\text{м}}} \cdot \left\{ M_{\text{сo}} + J \omega_{\text{max}}^{(2)} \left[-t + (t - t_1 - 2t_2) \right] \right\} + \frac{L_{\text{я}} J}{C_{\text{м}}} \cdot \omega_{\text{max}}^{(2)}.$$

При $t = t_1$

$$\omega_1^{(1)}(t) = \omega_{\text{max}}^{(2)} \cdot t_1.$$

При $t = t_1 + t_2$

$$\omega_*^{(1)}(t) = \omega_{\text{max}}^{(2)} \cdot t_1 + \omega_{\text{min}}^{(2)} \cdot t_2 ;$$

$$\omega_* = \omega_{\text{max}}^{(2)} \cdot \left(\frac{1}{2} t_1^2 + t_1 t_2 \right) + \frac{1}{2} \omega_{\text{min}}^{(2)} \cdot t_2^2.$$

При $t = t_1 + 2t_2$

$$\omega_2^{(1)} = \omega_{\max}^{(2)} \cdot t_1 + 2\omega_{\min}^{(2)} \cdot t_2.$$

При $t = 2t_1 + 2t_2$

$$\omega_3^{(1)}(t) = 2\omega_{\max}^{(2)} \cdot t_1 + 2\omega_{\min}^{(2)} \cdot t_2;$$

$$\omega_3(t) = \omega_{\max}^{(2)} \cdot (2t_1^2 + 2t_1t_2) + \omega_{\min}^{(2)} \cdot (2t_1t_2 + 2t_2^2);$$

$$\varphi(t) = \varphi_{\text{нач}} + \omega_{\max}^{(2)} \left(\frac{4}{3}t_1^3 + 3t_1^2t_2 + 2t_1t_2^2 \right) + \omega_{\min}^{(2)} \cdot \left(t_1^2t_2 + 2t_1t_2^2 + \frac{4}{3}t_2^3 \right).$$

Так как $\omega = \omega_{\max}^{(1)}$, то

$$\omega_{\max}^{(1)} = \omega_{\max}^{(2)} \cdot t_1;$$

Так как $\omega_*^{(1)} = 0$, то

$$\omega_{\min}^{(2)} \cdot t_2 = -\omega_{\max}^{(2)} \cdot t_1;$$

Так как $\omega_* = \omega_{\max}$, то

$$\omega_{\max} = \omega_{\max}^{(2)} \cdot \left(\frac{1}{2}t_1^2 + \frac{1}{2}t_1t_2 \right);$$

$$\omega_{\max} = \frac{1}{2}\omega_{\max}^{(1)} \cdot (t_1 + t_2);$$

$$\omega_{\max} = \frac{1}{4} \cdot \omega_{\max}^{(1)} \cdot T_{\text{ц}}.$$

Так как $\omega_2^{(1)} = -\omega_{\max}^{(1)}$, то

$$-\omega_{\max}^{(1)} = \omega_{\max}^{(2)} \cdot t_1 + 2\omega_{\min}^{(2)} \cdot t_2;$$

$$-\omega_{\max}^{(1)} = \omega_{\max}^{(2)} \cdot t_1 - 2\omega_{\max}^{(2)} \cdot t_1;$$

$$-\omega_{\max}^{(1)} = -\omega_{\max}^{(2)} \cdot t_1;$$

$$-\omega_{\max}^{(1)} = -\omega_{\max}^{(2)}.$$

Исходное выражение является тождеством.

Так как $\omega_3^{(1)} = 0$, то

$$0 = 2\omega_{\max}^{(2)} \cdot t_1 + 2\omega_{\min}^{(2)} \cdot t_2;$$

$$2\omega_{\max}^{(2)} \cdot t_1 = 2\omega_{\min}^{(2)} \cdot t_2.$$

Исходное выражение является тождеством.

Так как $\omega_3 = 0$, то

$$0 = \omega_{\max}^{(2)} \cdot (2t_1^2 + 2t_1t_2) + \omega_{\min}^{(2)} \cdot (2t_1^2 + 2t_1t_2);$$

$$\omega_{\max}^{(2)} \cdot (2t_1^2 + 2t_1t_2) = \omega_{\min}^{(2)} \cdot (2t_1^2 + 2t_1t_2).$$

Исходное выражение является тождеством.

Так как $\varphi_3 = \varphi_{\text{кон}}$, то

$$(\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}) = \omega_{\max}^{(2)} \left(\frac{1}{3}t_1^3 + t_1^2t_2 + \frac{2}{3}t_1t_2^2 \right).$$

Из полученных соотношений определяются параметры диаграммы для гибридного управления перемещением исполнительного органа электропривода постоянного тока с ограничением второй производной скорости:

$$t_1 = \frac{\omega_{\max}^{(1)}}{\omega_{\max}^{(2)}};$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{3}{2} \cdot \frac{\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}}{\omega_{\max}^{(1)}} + \frac{1}{16} \cdot \left[\frac{\omega_{\max}^{(1)}}{\omega_{\max}^{(2)}} \right]^2} - \frac{3}{4} \cdot \frac{\omega_{\max}^{(1)}}{\omega_{\max}^{(2)}};$$

$$\omega_{\min}^{(2)} = -\omega_{\max}^{(2)} \cdot \frac{t_1}{t_2};$$

$$T_{\text{ц}} = 2t_1 + 2t_2;$$

$$T_{\text{ц}} = \sqrt{6 \cdot \frac{\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}}{\omega_{\max}^{(1)}} + \frac{1}{4} \cdot \left[\frac{\omega_{\max}^{(1)}}{\omega_{\max}^{(2)}} \right]^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{\max}^{(1)}}{\omega_{\max}^{(2)}}.$$

Этап 1. Зависимость мощности, потребляемой якорной цепью электропривода, от времени имеет вид

$$P(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_e}{C_M} \cdot \omega_{\max}^{(2)} \cdot \left[M_{\text{co}} \cdot t^2 + J \omega_{\max}^{(2)} \cdot t^3 \right] +$$

$$+ \frac{R_{\text{я}}}{C_M^2} \cdot \left\{ M_{\text{co}}^2 + 2 M_{\text{co}} J \omega_{\max}^{(2)} \cdot t + J^2 \cdot \left[\omega_{\max}^{(2)} \right]^2 \cdot t^2 \right\} +$$

$$+ \frac{L_{\text{я}} J}{C_M^2} \cdot \omega_{\max}^{(2)} \cdot \left[M_{\text{co}} + J \omega_{\max}^{(2)} \cdot t \right].$$

Электроненергия, потребляемая якорной цепью электропривода, за первый этап равна

$$W_1 = \frac{1}{6} \cdot \frac{C_e}{C_M} \cdot M_{\text{co}} \omega_{\max}^{(2)} \cdot t^3 + \frac{1}{8} \cdot \frac{C_e}{C_M} \cdot J \cdot \left[\omega_{\max}^{(2)} \right]^2 \cdot t_1^4 +$$

$$+ \frac{R_{\text{я}}}{C_M^2} \cdot M_{\text{co}}^2 \cdot t_1 + \frac{R_{\text{я}}}{C_M^2} \cdot M_{\text{co}} J \omega_{\max}^{(2)} \cdot t_1^2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{R_{\text{я}}}{C_M^2} \cdot J^2 \cdot \left[\omega_{\max}^{(2)} \right]^2 \cdot t_1^3 +$$

$$+ \frac{L_{\text{я}} J}{C_M^2} \cdot M_{\text{co}} \omega_{\max}^{(2)} \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{L_{\text{я}} J^2}{C_M^2} \left[\omega_{\max}^{(2)} \right]^2 \cdot t_1^2.$$

Этап 2. В интервале времени $t_1 \leq t \leq (t_1 + 2t_2)$:

$$P(t) = \frac{C_e}{C_M} \cdot \omega_{\max}^{(2)} \cdot \left\{ M_{\text{co}} \cdot \left[\frac{1}{2} t_1^2 + t_1 \cdot (t + t_1) - \frac{1}{2} \cdot \frac{t_1}{t_2} \cdot (t - t_1)^2 \right] + \right.$$

$$+ J \omega_{\max}^{(2)} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot t_1^3 + t_1^2 \cdot (t - t_1) - \frac{1}{2} \cdot \frac{t_1^3}{t_2} - \right.$$

$$\left. \left. - \frac{3}{2} \cdot \frac{t_1^2}{t_2} \cdot (t - t_1)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{t_1^2}{t_2^2} \cdot (t - t_1)^3 \right] \right\} +$$

$$+ \frac{R_{\text{я}}}{C_M^2} \cdot \left\{ M_{\text{co}}^2 + 2 M_{\text{co}} J \omega_{\max}^{(2)} \cdot \left[t_1 - \frac{t_1}{t_2} \cdot (t - t_1) \right] + \right.$$

$$+ J^2 \cdot \left[\omega_{\max}^{(2)} \right]^2 \cdot \left[t_1^2 - 2 \frac{t_1^2}{t_2} \cdot (t - t_1) + \frac{t_1^2}{t_2^2} \cdot (t - t_1)^2 \right] \left. \right\} -$$

$$- \frac{L_{\text{я}} J}{C_M^2} \cdot \omega_{\max}^{(2)} \cdot \left\{ M_{\text{co}} \cdot \frac{t_1}{t_2} + J \omega_{\max}^{(2)} \cdot \left[\frac{t_1^2}{t_2} - \frac{t_1^2}{t_2^2} \cdot (t - t_1) \right] \right\};$$

$$W_2 = \frac{C_e}{C_M} \cdot M_{co} \omega_{max}^{(2)} \cdot \left(t_1^2 t_2 + \frac{2}{3} t_1 t_2^2 \right) + 2 \cdot \frac{R_{я}}{C_M^2} \cdot M_{co}^2 \cdot t_2 + \frac{2}{3} \cdot \frac{R_{я}}{C_M^2} \cdot J^2 \cdot \left[\omega_{max}^{(2)} \right]^2 \cdot t_1^2 t_2 - 2 \frac{L_{я} J}{C_M^2} \cdot M_{co} \omega_{max}^{(2)}$$

Этап 3. В интервале времени $(t_1 + 2t_2) \leq t \leq (2t_1 + 2t_2)$:

$$P(t) = \frac{C_e}{C_M} \cdot \omega_{max}^{(2)} \cdot \left\{ M_{co} \cdot \left[\frac{1}{2} t_1^2 - t_1 \cdot (t + t_1 - 2t_2) + \frac{1}{2} \cdot (t + t_1 - 2t_2)^2 \right] + J \omega_{max}^{(2)} \cdot \left[-\frac{1}{2} t_1^3 + \frac{2}{3} t_1^2 \cdot (t - t_1 - 2t_2) - \frac{3}{2} t_1 \cdot (t - t_1 - 2t_2)^2 + \frac{1}{2} \cdot (t - t_1 - 2t_2)^3 \right] \right\} + \frac{R_{я}}{C_M^2} \cdot \left\{ M_{co}^2 + 2M_{co} J \omega_{max}^{(2)} \cdot \left[-t_1 + (t - t_1 - 2t_2) \right] + J^2 \left[\omega_{max}^{(2)} \right]^2 \cdot \left[t_1^2 - 2t_1 \cdot (t - t_1 - 2t_2) + (t - t_1 - 2t_2)^2 \right] \right\} + \frac{L_{я} J}{C_M^2} \cdot \omega_{max}^{(2)} \cdot \left\{ M_{co} + J \omega_{max}^{(2)} \left[-t_1 + (t - t_1 - 2t_2) \right] \right\};$$

$$W_3 = \frac{1}{6} \cdot \frac{C_e}{C_M} \cdot M_{co} \omega_{max}^{(2)} \cdot t_1^3 - \frac{1}{8} \cdot \frac{C_e}{C_M} \cdot J \cdot \left[\omega_{max}^{(2)} \right]^2 \cdot t_1^4 + \frac{R_{я}}{C_M^2} \cdot M_{co}^2 \cdot t_1 - \frac{R_{я}}{C_M^2} \cdot M_{co} J \omega_{max}^{(2)} \cdot t_1^2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{R_{я}}{C_M^2} \cdot J^2 \left[\omega_{max}^{(2)} \right]^2 \cdot t_1^3 + \frac{L_{я} J}{C_M^2} \cdot M_{co} \omega_{max}^{(2)} \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{L_{я} J^2}{C_M^2} \cdot \left[\omega_{max}^{(2)} \right]^2 \cdot t_1^2$$

Суммарная электроэнергия, потребляемая якорной цепью

электропривода, за цикл:

$$W = \frac{C_e}{C_M} \cdot M_{co} \omega_{max}^{(2)} \cdot \left(\frac{1}{3} t_1^3 + t_1^2 t_2 + \frac{2}{3} t_1 t_2^2 \right) + \frac{R_{я}}{C_M^2} \cdot M_{co}^2 \cdot (2t_1 + 2t_2) + \frac{1}{3} \cdot \frac{R_{я}}{C_M^2} \cdot J^2 \left[\omega_{max}^{(2)} \right]^2 \cdot (2t_1^3 + 2t_1^2 t_2)$$

Так как $\omega_{max}^{(2)} \cdot t_1 = \omega_{max}^{(1)}$ и $(2t_1 + 2t_2) = T_{ц}$, то

$$W = \frac{C_e}{C_M} \cdot M_{co} (\varphi_{кон} - \varphi_{нач}) + \frac{R_{я}}{C_M^2} \cdot M_{co}^2 \cdot T_{ц} + \frac{1}{3} \cdot \frac{R_{я}}{C_M^2} \cdot J^2 \cdot [\omega_{max}^{(1)}]^2 \cdot T_{ц}.$$

Так как $T_{ц} = \sqrt{6 \cdot \frac{\varphi_{кон} - \varphi_{нач}}{\omega_{max}^{(1)}} + \frac{1}{4} \cdot \left[\frac{\omega_{max}^{(1)}}{\omega_{max}^{(2)}} \right]^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{max}^{(1)}}{\omega_{max}^{(2)}}$, то

$$W = \frac{C_e}{C_M} \cdot M_{co} \cdot (\varphi_{кон} - \varphi_{нач}) + \frac{R_{я}}{C_M^2} \cdot M_{co}^2 \cdot \left\{ \sqrt{6 \cdot \frac{\varphi_{кон} - \varphi_{нач}}{\omega_{max}^{(1)}} + \frac{1}{4} \cdot \left[\frac{\omega_{max}^{(1)}}{\omega_{max}^{(2)}} \right]^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{max}^{(1)}}{\omega_{max}^{(2)}} \right\} + \frac{1}{3} \cdot \frac{R_{я}}{C_M^2} \cdot J^2 \cdot [\omega_{max}^{(1)}]^2 \cdot \left\{ \sqrt{6 \cdot \frac{\varphi_{кон} - \varphi_{нач}}{\omega_{max}^{(1)}} + \frac{1}{4} \cdot \left[\frac{\omega_{max}^{(1)}}{\omega_{max}^{(2)}} \right]^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{max}^{(1)}}{\omega_{max}^{(2)}} \right\}.$$

Суммарная электроэнергия, потребляемая якорной цепью электропривода, за цикл имеет минимальное значение при $\omega_{max}^{(2)} = \omega_{доп}^{(2)}$. Таким образом, суммарная электроэнергия, потребляемая якорной цепью электропривода, за цикл имеет зависимость:

$$W = \frac{C_e}{C_M} \cdot M_{co} \cdot (\varphi_{кон} - \varphi_{нач}) + \frac{R_{я}}{C_M^2} \cdot M_{co}^2 \cdot \left\{ \sqrt{6 \cdot \frac{\varphi_{кон} - \varphi_{нач}}{\omega_{max}^{(1)}} + \frac{1}{4} \cdot \left[\frac{\omega_{max}^{(1)}}{\omega_{доп}^{(2)}} \right]^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{max}^{(1)}}{\omega_{доп}^{(2)}} \right\} + \frac{1}{3} \cdot \frac{R_{я}}{C_M^2} \cdot J^2 \cdot \left\{ \sqrt{6 \cdot (\varphi_{кон} - \varphi_{нач}) \cdot [\omega_{max}^{(1)}]^3 + \frac{1}{4} \cdot \frac{[\omega_{max}^{(1)}]^6}{[\omega_{доп}^{(2)}]^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{[\omega_{max}^{(1)}]^3}{\omega_{доп}^{(2)}}} \right\}.$$

Возьмём первую производную суммарной электроэнергии, потребляемой якорной цепью электропривода, за цикл по максимальному ускорению исполнительного органа электропривода и приравняем её к нулю

$$\frac{\partial W}{\partial \omega_{\max}^{(1)}} = \frac{R_{\text{я}}}{C_{\text{м}}^2} \cdot M_{\text{со}}^2 \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot \frac{-6 \cdot \frac{\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}}{\omega_{\max}^{(1)}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{\max}^{(1)}}{\omega_{\text{доп}}^{(2)}}}{\sqrt{6 \cdot \frac{\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}}{\omega_{\max}^{(1)}} + \frac{1}{4} \cdot \left[\frac{\omega_{\max}^{(1)}}{\omega_{\text{доп}}^{(2)}} \right]^2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\omega_{\text{доп}}^{(2)}} \right\} +$$

$$+ \frac{1}{3} \cdot \frac{R_{\text{я}}}{C_{\text{м}}^2} \cdot J^2 \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot \frac{18 \cdot (\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}) \cdot \left[\omega_{\max}^{(1)} \right]^2 + \frac{3}{2} \cdot \left[\omega_{\max}^{(1)} \right]^5}{\sqrt{6 \cdot (\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}) \cdot \left[\omega_{\max}^{(1)} \right]^3 + \frac{1}{4} \cdot \left[\omega_{\max}^{(1)} \right]^6}} + \frac{3}{2} \cdot \frac{\left[\omega_{\max}^{(1)} \right]^2}{\omega_{\text{доп}}^{(2)}} \right\} = 0.$$

Отсюда следует, что справедливо уравнение

$$2 \cdot \left\{ \frac{M_{\text{со}}^2}{J^2} + \left[\omega_{\max}^{(1)} \right]^2 \right\} \cdot \sqrt{6 \cdot (\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}) \cdot \left[\omega_{\text{доп}}^{(2)} \right]^2 \cdot \left[\omega_{\max}^{(1)} \right]^3 + \frac{1}{4} \cdot \left[\omega_{\max}^{(1)} \right]^6} =$$

$$= 12 \cdot \left\{ \frac{M_{\text{со}}^2}{J^2} - \left[\omega_{\max}^{(1)} \right]^2 \right\} \cdot (\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}) \cdot \left[\omega_{\text{доп}}^{(2)} \right]^2 -$$

$$- \left\{ \frac{M_{\text{со}}^2}{J^2} + \left[\omega_{\max}^{(1)} \right]^2 \right\} \cdot \left[\omega_{\max}^{(1)} \right]^3.$$

При этом должно выполняться условие

$$\omega_{\max}^{(1)} < \frac{M_{\text{со}}}{J}.$$

После преобразование уравнение принимает вид

$$\left[\omega_{\max}^{(1)} \right]^5 - 3 \frac{J^2}{M_{\text{со}}^2} \cdot (\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}) \cdot \left[\omega_{\text{доп}}^{(2)} \right]^2 \cdot \left[\omega_{\max}^{(1)} \right]^4 + \frac{M_{\text{со}}^2}{J^2} \cdot \left[\omega_{\max}^{(1)} \right]^3 +$$

$$+ 6 \cdot (\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}) \cdot \left[\omega_{\text{доп}}^{(2)} \right]^2 \cdot \left[\omega_{\max}^{(1)} \right]^2 - 3 \cdot \frac{M_{\text{со}}^2}{J^2} \cdot (\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}) \cdot \left[\omega_{\text{доп}}^{(2)} \right]^2 = 0.$$

Из полученного уравнения определяется экстремальное максимальное значение первой производной угловой скорости исполнительного органа электропривода $\omega_{\max.\text{экстр}}^{(1)}$, при котором якорная цепь электропривода потребляет минимальное количество электроэнергии за цикл.

При этом длительность цикла принимает экстремальное значение

$$T_{\text{ц.экстр}} = \sqrt{6 \cdot \frac{\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}}{\omega_{\max.\text{экстр}}^{(1)}} + \frac{1}{4} \cdot \left[\frac{\omega_{\max.\text{экстр}}^{(1)}}{\omega_{\text{доп}}^{(2)}} \right]^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{\max.\text{экстр}}^{(1)}}{\omega_{\text{доп}}^{(2)}}.$$

На минимальное допустимое значение перемещения (поворота) исполнительного органа электропривода не накладывается ограничение, оно может быть сколько угодно мало.

При увеличении значения перемещения (поворота) исполнительного органа электропривода увеличивается максимальное значение угловой скорости исполнительного органа электропривода

EMBED Equation. DSMT4 $\omega_{\max}^{(1)}$.

Перемещение (поворот) исполнительного органа электропривода имеет граничное экстремальное значение $\varphi_{\text{гр.экстр}}$ при

EMBED Equation. DSMT4 $\omega_{\max}^{(1)} = \omega_{\text{доп}}^{(2)}$

а длительность цикла равна граничному экстремальному значению. При этом справедлива система уравнений:

$$\begin{aligned} & \left[\omega_{\max}^{(1)} \right]^5 - 3 \cdot \frac{J^2}{M_{\text{со}}^2} \cdot \left[\omega_{\text{доп}}^{(2)} \right]^2 \cdot \varphi_{\text{гр.экстр}} \cdot \left[\omega_{\max}^{(1)} \right]^4 + \frac{M_{\text{со}}^2}{J^2} \cdot \left[\omega_{\max}^{(1)} \right]^3 + \\ & + 6 \cdot \left[\omega_{\text{доп}}^{(2)} \right]^2 \cdot \varphi_{\text{гр.экстр}} \cdot \left[\omega_{\max}^{(1)} \right]^2 - 3 \cdot \frac{M_{\text{со}}^2}{J^2} \cdot \left[\omega_{\text{доп}}^{(2)} \right]^2 \cdot \varphi_{\text{гр.экстр}} = 0; \end{aligned}$$

$$\omega_{\text{доп}} = \frac{1}{4} \omega_{\max}^{(1)} \cdot T_{\text{ц экстр.гр}};$$

$$T_{\text{ц экстр.гр}} = \sqrt{6 \cdot \frac{\varphi_{\text{гр.экстр}}}{\omega_{\max}^{(1)}} + \frac{1}{4} \cdot \left[\frac{\omega_{\max}^{(1)}}{\omega_{\text{доп}}^{(2)}} \right]^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{\max}^{(1)}}{\omega_{\text{доп}}^{(2)}}.$$

Из системы уравнений следует, что экстремальное граничное значение длительности цикла равно

$$T_{ц \text{ экстр.гр}} = 4 \cdot \frac{\omega_{\text{доп}}}{\omega_{\text{max.экстр}}^{(1)}},$$

а граничное экстремальное значение угла поворота исполнительного органа электропривода равно

$$\varphi_{гр.экстр} = \frac{8}{3} \cdot \frac{\omega_{\text{доп}}^2}{\omega_{\text{max.экстр}}^{(1)}} - \frac{2}{3} \cdot \frac{\omega_{\text{доп}}^{(2)}}{\omega_{\text{доп}}^{(2)}} \cdot \omega_{\text{max.экстр}}^{(1)}.$$

При этом для максимального экстремального значения первой производной угловой скорости исполнительного органа электропривода постоянного тока справедливо уравнение

$$\begin{aligned} & \left\{ 1 + 2 \cdot \frac{J^2}{M_{\text{со}}^2} \cdot \omega_{\text{доп}} \cdot \omega_{\text{доп}}^{(2)} \right\} \cdot \left[\omega_{\text{max}}^{(1)} \right]^6 - \\ & - \left\{ 8 \cdot \frac{J^2}{M_{\text{со}}^2} \cdot \omega_{\text{доп}}^2 \cdot \left[\omega_{\text{доп}}^{(2)} \right]^2 - \frac{M_{\text{со}}^2}{J^2} + 4\omega_{\text{доп}}\omega_{\text{доп}}^{(2)} \right\} \cdot \left[\omega_{\text{max}}^{(1)} \right]^4 + \\ & + 2 \cdot \left\{ 8 \cdot \omega_{\text{доп}}^2 \cdot \left[\omega_{\text{доп}}^{(2)} \right]^2 + \frac{M_{\text{со}}^2}{J^2} \cdot \omega_{\text{доп}}\omega_{\text{доп}}^{(2)} \right\} \cdot \left[\omega_{\text{max}}^{(1)} \right]^2 + \\ & - 8 \cdot \frac{M_{\text{со}}^2}{J^2} \cdot \omega_{\text{доп}}^2 \cdot \left[\omega_{\text{доп}}^{(2)} \right]^2 = 0. \end{aligned}$$

Это уравнение имеет аналитическое решение

$$\left[\omega_{\text{max.экстр}}^{(1)} \right]^2 = \frac{2\omega_{\text{доп}}\omega_{\text{доп}}^{(2)}}{2 \cdot \frac{J^2}{M_{\text{со}}^2} \cdot \omega_{\text{доп}}\omega_{\text{доп}}^{(2)} + 1}.$$

Если $\omega_{\text{min}}^{(2)} = -\omega_{\text{доп}}^{(2)}$, то

$$\omega_{\text{max}}^{(1)} = \sqrt[3]{\frac{1}{2} \cdot (\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}) \cdot \left[\omega_{\text{доп}}^{(2)} \right]^2};$$

$$t_1 = t_2 = \sqrt[3]{\frac{1}{2} \cdot \frac{\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}}{\omega_{\text{доп}}^{(2)}}};$$

$$T_{\text{ц min}} = 4 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{2} \cdot \frac{\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}}{\omega_{\text{доп}}^{(2)}}};$$

$$\omega_{\text{max}} = \sqrt[3]{\frac{1}{4} \cdot (\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}})^2 \cdot \omega_{\text{доп}}^{(2)}}.$$

При $\omega_{\text{max}}^{(1)} = \omega_{\text{доп}}^{(1)}$ и $\omega_{\text{min}}^{(2)} = -\omega_{\text{доп}}^{(2)}$ перемещение (поворот) исполнительного органа электропривода достигает первого граничного значения

$$\varphi_{\text{гр.1}} = 2 \cdot \frac{[\omega_{\text{доп}}^{(1)}]^3}{[\omega_{\text{доп}}^{(2)}]^2}.$$

Если $\omega_{\text{max}}^{(1)} = \omega_{\text{доп}}^{(1)}$, то

$$t_1 = \frac{\omega_{\text{доп}}^{(1)}}{\omega_{\text{доп}}^{(2)}};$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{3}{2} \cdot \frac{\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}}{\omega_{\text{доп}}^{(1)}} + \frac{1}{16} \left[\frac{\omega_{\text{доп}}^{(1)}}{\omega_{\text{доп}}^{(2)}} \right]^2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{\omega_{\text{доп}}^{(1)}}{\omega_{\text{доп}}^{(2)}};$$

$$T_{\text{ц.гр}} = \sqrt{6 \cdot \frac{\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}}{\omega_{\text{доп}}^{(1)}} + \frac{1}{4} \cdot \left[\frac{\omega_{\text{доп}}^{(1)}}{\omega_{\text{доп}}^{(2)}} \right]^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{\text{доп}}^{(1)}}{\omega_{\text{доп}}^{(2)}};$$

$$\omega_{\text{max}} = \frac{1}{4} \omega_{\text{доп}}^{(1)} \cdot T_{\text{ц.гр}};$$

$$\omega_{\text{min}}^{(2)} = -\frac{\omega_{\text{доп}}^{(2)}}{t_2}.$$

При $\omega_{\text{max}} = \omega_{\text{доп}}$ и $\omega_{\text{min}}^{(2)} = -\omega_{\text{доп}}^{(2)}$ перемещение (поворота) исполнительного органа электропривода достигает первого граничного значения $\varphi_{\text{гр.1}}$.

При $\omega_{\max} = \omega_{\text{доп}}$ и $\omega_{\max}^{(1)} = \omega_{\text{доп}}^{(1)}$ перемещение (поворота) исполнительного органа электропривода достигает граничного критического значения.

$$\varphi_{\text{гр.кр}} = \frac{2}{3} \cdot \omega_{\text{доп}} \cdot \left[4 \cdot \frac{\omega_{\text{доп}}^{(1)}}{\omega_{\text{доп}}^{(2)}} - \frac{\omega_{\text{доп}}^{(1)}}{\omega_{\text{доп}}^{(2)}} \right],$$

а длительность цикла равна критическому граничному значению

$$T_{\text{ц.кр.гр}} = 4 \cdot \frac{\omega_{\text{доп}}^{(1)}}{\omega_{\text{доп}}^{(2)}}.$$

Если $\omega_{\max} = -\omega_{\text{доп}}$, то

$$t_1 = \frac{\omega_{\max}^{(1)}}{\omega_{\text{доп}}^{(2)}};$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{3}{2} \cdot \frac{\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}}{\omega_{\max}^{(1)}} + \frac{1}{16} \cdot \left[\frac{\omega_{\max}^{(1)}}{\omega_{\text{доп}}^{(2)}} \right]^2} - \frac{3}{4} \cdot \frac{\omega_{\max}^{(1)}}{\omega_{\text{доп}}^{(2)}};$$

$$T_{\text{ц1}} = \sqrt{6 \cdot \frac{\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}}{\omega_{\max}^{(1)}} + \frac{1}{4} \cdot \left[\frac{\omega_{\max}^{(1)}}{\omega_{\text{доп}}^{(2)}} \right]^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{\max}^{(1)}}{\omega_{\text{доп}}^{(2)}};$$

$$\omega_{\min}^{(2)} = -\frac{\omega_{\max}^{(1)}}{t_2};$$

$$\omega_{\text{доп}} = \frac{1}{4} \omega_{\max}^{(1)} \cdot T_{\text{ц1}}.$$

Так как $\omega_{\max}^{(1)} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\omega_{\text{доп}}^{(1)}}{T_{\text{ц1}}}$,

то справедлива зависимость для длительности цикла

$$T_{\text{ц1}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}}{\omega_{\text{доп}}^{(1)}} + \sqrt{\frac{9}{16} \cdot \frac{(\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}})^2}{\omega_{\text{доп}}^2} + 4 \cdot \frac{\omega_{\text{доп}}^{(1)}}{\omega_{\text{доп}}^{(2)}}}.$$

Если для заданного перемещения (поворота) исполнительного органа электропривода выполняется условие

$$(\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}) \leq \varphi_{\text{гр.1}},$$

то длительность цикла можно изменять в следующем интервале

$$T_{\text{ц.мин}} \leq T_{\text{ц}} \leq T_{\text{ц.экстр}}.$$

Если для заданного перемещения (поворота) исполнительного органа электропривода выполняется условие

$$\varphi_{\text{гр.1}} \leq (\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}) \leq \varphi_{\text{гр.кр}},$$

то длительность цикла можно изменять в следующем интервале

$$T_{\text{ц.гр}} \leq T_{\text{ц}} \leq T_{\text{ц.экстр}}.$$

Если для заданного перемещения (поворота) исполнительного органа электропривода выполняется условие

$$\varphi_{\text{гр.кр}} \leq (\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}) \leq \varphi_{\text{гр.экстр}},$$

то длительность цикла можно изменять в следующем интервале

$$T_{\text{ц.1}} \leq T_{\text{ц}} \leq T_{\text{ц.экстр}}.$$

Если задана длительность цикла $T_{\text{ц}}$ и $\omega_{\text{max}}^{(2)} = \omega_{\text{доп}}^{(2)}$, то справедливы соотношения:

$$\omega_{\text{max}}^{(1)} = \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot t_1;$$

$$\omega_{\text{max}} = \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot \left(\frac{1}{2} t_1^2 + \frac{1}{2} t_1 t_2 \right);$$

$$\omega_{\text{min}}^{(2)} = -\omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot \frac{t_1}{t_2};$$

$$(\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}) = \omega_{\text{доп}}^{(2)} \cdot \left(\frac{1}{3} t_1^3 + t_1^2 t_2 + \frac{2}{3} t_1 t_2^2 \right);$$

$$T_{\text{ц}} = 2t_1 + 2t_2.$$

После преобразования длительности этапов равны

$$t_1 = \frac{1}{2} T_{\text{ц}} - \sqrt{\frac{1}{4} T_{\text{ц}}^2 - 6 \cdot \frac{\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}}{\omega_{\text{доп}}^{(2)} T_{\text{ц}}}};$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{1}{4}T_{\text{ц}}^2 - 6 \cdot \frac{\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}}{\omega_{\text{доп}}^{(2)} T_{\text{ц}}}}.$$

Таким образом, задавшись значением длительности цикла $T_{\text{ц}}$, можно по предлагаемому математическому обеспечению определить параметры гибридной диаграммы управления перемещением исполнительного органа электропривода постоянного тока с ограничением второй производной скорости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петров Ю.П. Оптимальное управление электрическим приводом с учетом ограничений по нагреву. – М.: Изд-во «Энергия», 1971.-144с.
2. Соколов М.М. Автоматизированный электропривод общепромышленных механизмов. – М.: «Энергия», 1976.-488с.
3. Добробаба Ю.П., Луценко А.Ю., Коваль А.Н. Энергосберегающий позиционный электропривод постоянного тока с постоянным моментом сопротивления // Сборник научных статей «Электрические комплексы и системы». – Краснодар, 2012. - 68-79 с.

REFERENCES

1. Petrov Yu.P. Optimalnoe upravlenie elektricheskim privodom s uchetom ogranicheniy po nagrevu. – M.: Izd-vo «Energiya», 1971.-144s.
2. Sokolov M.M. Avtomatizirovannyy elektroprivod obshchepromyshlennykh mekhanizmov. – M.: «Energiya», 1976.-488s.
3. Dobrobaba Yu.P., Lutsenko A.Yu., Koval A.N. Energoberegayushchiy pozitsionnyy elektroprivod postoyannogo toka s postoyannym momentom soprotivleniya // Sbornik nauchnykh statey «Elektricheskie komplekсы i sistemy». – Krasnodar, 2012. - 68-79 s.

DIAGRAM FOR HYBRID CONTROL THE MOVEMENT OF ELECTRIC DRIVES EXECUTIVE AUTHORITY, CONSTANT CURRENT LIMIT OF THE SECOND DERIVATIVE OF VELOCITY

YU.P. DOBROBABA, G.A. KOSHKIN, V.A. MAKHOVA

*Kuban State Technology University
2, Moskovskaya st., Krasnodar, Russian Federation, 350072;
e-mail: viktorya.mah@yandex.ru*

The chart movement of the Executive body of DC electric drive, provide either maximum performance or minimum power consumption for the cycle. The authors propose to use the hybrid graph to control the movement of electric drives Executive authority DC. Under hybrid chart means a chart that provides the required movement of electric drives Executive authority within a specified time with the minimum possible power consumption.

Key words: hybrid control, DC, electric, chart.