

*МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ ОГРАНИЧЕННЫМИ РЕСУРСАМИ ПРОЕКТА  
В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ НА ПРИМЕРЕ ЗАДАЧИ  
О НАЗНАЧЕНИЯХ*

**О.В. ПАЦУЛА**

*Кубанский государственный университет,  
350040, Российская Федерация, г. Краснодар, ул. Ставропольская, 149;  
электронная почта: oksana\_p\_94@mail.ru*

В статье рассмотрены теоретические основы управления ограниченными ресурсами инвестиционного проекта в условиях неопределенности на примере задачи о назначениях, а именно применение метода ветвей и границ и венгерского метода для решения задачи о назначениях. Также представлены существующие экономико-математические модели задач в детерминированной и двухкритериальной постановках. Рассмотрен практический аспект применения задачи о назначениях.

**Ключевые слова:** задача о назначениях, управление ограниченными ресурсами, венгерский метод, метод ветвей и границ.

Управление ограниченными ресурсами инвестиционного проекта заключается в совокупности всевозможных методов, которые используются при их разработке и реализации [1]. Актуальность данной темы заключается в том, что ограниченность ресурсов в экономике всегда была и будет основной проблемой. А так как инвестиционная фаза проекта является особенно капиталоемкой, то она требует к себе особого внимания, что заключается в выполнении всех необходимых действий, направленных на грамотное планирование, позволяющее определить необходимые условия выполнения проекта и реализовать его в наименьшие сроки с минимальными затратами.

В современных условиях каждое предприятие стремится функционировать с наименьшими затратами в условиях ограниченности ресурсов [2]. Понятие «ресурсы» в управлении проектами трактуется довольно широко. Это все то, чем владеют исполнители и инвесторы проекта – материалы, команда проекта, исполнители и т. д. [3].

Основной задачей управления ограниченными ресурсами является обеспечение их оптимального использования для реализации проекта с заданными характеристиками. Одним из способов управления ограниченными ресурсами является использование задачи о назначениях [4]. Задача о

назначениях – одна из разновидностей задач распределительного типа (ЗРТ), в которой для выполнения каждой работы требуется один и только один ресурс (один работник, один станок, одна автомашина и т.д.) [5]. Условия задачи могут быть представлены в табличном виде (табл. 1).

Таблица 1 – Условия задачи о назначениях

Исполнители	Работы					
	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	...	R <sub>i</sub>	...	R <sub>n</sub>
I <sub>1</sub>	x <sub>11</sub> a <sub>11</sub>	x <sub>12</sub> a <sub>12</sub>	...	x <sub>1j</sub> a <sub>1j</sub>	...	x <sub>1n</sub> a <sub>1n</sub>
I <sub>2</sub>	x <sub>21</sub> a <sub>21</sub>	x <sub>22</sub> a <sub>22</sub>	...	x <sub>2j</sub> a <sub>2j</sub>	...	x <sub>2n</sub> a <sub>2n</sub>
...	...	...	...	...	...	...
I <sub>i</sub>	x <sub>i1</sub> a <sub>i1</sub>	x <sub>i2</sub> a <sub>i2</sub>	...	x <sub>ij</sub> a <sub>ij</sub>	...	x <sub>in</sub> a <sub>in</sub>
...	....	...	...	...	...	...
I <sub>n</sub>	x <sub>n1</sub> a <sub>n1</sub>	x <sub>n2</sub> a <sub>n2</sub>	...	x <sub>nj</sub> a <sub>nj</sub>	...	x <sub>nn</sub> a <sub>nn</sub>

Исходной информацией для решения задачи о назначениях является матрица A размерностью  $n \times n$ , в которой элемент  $a_{ij}$  задает затраты исполнителя  $i$  на выполнение работы  $j$  ( $i=1, \dots, n, j=1, \dots, n$ ), при этом

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если исполнитель } I \text{ назначается на работу } R; \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}, \quad (1)$$

где:

$x_{ij}$  - назначение  $i$ -го исполнителя на  $j$ -ю работу.

Из таблицы 1 следует, что если исполнитель  $I_i$  назначен на работы  $R_j$ , то  $x_{ij}=1$ , а остальные элементы равны нулю. Тогда сумма  $x_{ij}$  для любой строки или столбца равна 1, то есть формируются условия [6]:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, (i = 1, 2, \dots, n); \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, (j = 1, 2, \dots, n); \\ x_{ij} \geq 0. \end{cases} \quad (2)$$

где:

$x_{ij}$  - назначение  $i$ -го исполнителя на  $j$ -ю работу.

Целевой функцией является суммарные затраты на выполнение работ исполнителями:

$$Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (3)$$

Идея метода ветвей и границ, который был рассмотрен впервые Лендом и Дойгом в 1960 году, заключается в себе разбиение допустимого множества на подмножества и вычисление оценок целевой функции на данных подмножествах, что позволяет исключить из рассмотрения те подмножества, которые не содержат оптимальных точек [7]. Однако этот метод имеет некоторый недостаток. В частности метод ветвей и границ заключается в необходимости полностью решать задачи линейного программирования, относительно каждого элемента множества допустимых решений. Для задач большой размерности это повлечет значительные с практической точки зрения затраты времени [8].

Суть венгерского метода заключается в переходе от исходной матрицы стоимости к эквивалентной ей матрице стоимости с неотрицательными элементами и системой  $n$  независимых нулей, то есть с такой совокупностью нулевых элементов матрицы, среди которых никакие два не принадлежат одной и той же строке или одному и тому же столбцу [9]. Минусом венгерского

метода является то, что он позволяет найти всего одно оптимальное решение и для того, чтобы найти альтернативный вариант придется пройти весь путь решения [10].

Задача о назначениях в детерминированной постановке предполагает наличие  $n$  различных работ, для которых привлекается  $n$  исполнителей, каждый из которых должен выполнить только одну работу [11]. Суть метода ветвей и границ относительно детерминированной задачи о назначениях состоит в том, что сначала интервально ограничиваются значения целевой функции с помощью верхних и нижних оценок, где обязательно будет и значение целевой функции на оптимальном решении. При формировании очередного допустимого решения вычисляются текущие нижние оценки целевой функции на этом решении, которые выступают в роли так называемых индикаторов оптимальности формируемого решения [12].

Двухкритериальная задача о назначениях предполагает, что затраты на выполнение работ не являются детерминированными, а зависят от ряда факторов, являются случайными величинами и имеют вероятностное распределение. Поэтому необходимо рассчитать  $\bar{a}_{ij}$  - математическое ожидание затрат на выполнение работы  $i$  исполнителем  $j$  и  $\sigma_{ij}^2$  - дисперсию затрат на выполнение работы  $i$  исполнителем  $j$  [13].

Например, если инвестор решил узнать, каковы будут средние затраты на ремонт квартиры, чтобы рассчитать необходимые денежные средства. Стоимость работ еще не известна и она зависит от ряда факторов. С помощью проведенных исследований выделяют ряд факторов, которые могут влиять на уровень цен. Отсюда следует, что затраты на выполнение работ являются случайными с вероятностным распределением.

Используя в качестве количественной оценки риска суммарную дисперсию затрат при фиксированном распределении исполнителей по работам, мы получаем двухкритериальную модель (4) распределения исполнителей по работам.

Двухкритериальная задача (4) может быть сведена к однокритериальной с помощью перевода второго критерия в перечень ограничений.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \bar{a}_{ij} x_{ij} \rightarrow \min; \\ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij}^2 x_{ij} \rightarrow \min; \\ \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1; \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1; \\ x_{ij} \in \{0,1\}, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n. \end{array} \right. , \quad (4)$$

Минимизацию ожидаемых затрат выберем в качестве главного критерия, а критерий минимизации риска распределений исполнителей по работам переведем в ограничения. В результате однокритериальная задача оптимизации выглядит следующим образом [13]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \bar{a}_{ij} x_{ij} \rightarrow \min; \\ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij}^2 x_{ij} \leq R_g; \\ \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1; \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1; \\ x_{ij} \in \{0,1\}, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n. \end{array} \right. , \quad (5)$$

где:

$R_g$  - максимальное значение допустимого плана при решении задачи (5).

Также актуальным является вопрос об устойчивости полученного оптимального решения под влиянием возможных изменений величин затрат на выполнение работ проекта, что часто встречается в реальности. А так как затраты на работы зачастую являются случайными величинами, а не

фиксированными, то на практике распространена двухкритериальная задача, которая в дальнейшем сводится к однокритериальной.

Таким образом, способы управления ограниченными ресурсами проекта могут быть различны и зависят от того, какой алгоритм лежит в основе процесса нахождения оптимального решения.

Можно сказать, что применение задачи о назначениях является эффективным способом управления ограниченными ресурсами проекта, а данные методы являются весьма надежными средствами решения целочисленных задач, которые встречаются на практике. Усовершенствование и дальнейшее изучение методов решения задач такого типа в различных постановках имеют большую практическую значимость.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Панфилова О.В. Система управления финансовыми рисками при реализации инвестиционных проектов // Известия СПбГУЭФ. 2012. № 4. С.107-110.
2. Гранатуров В. М. Экономический риск: сущность, методы измерения, пути снижения. – М.: Дело и Сервис. 2010. 208 с.
3. Задачи распределения ресурсов в управлении проектами / П. С. Баркалов [и др.]. – М.:ИПУ РАН. 2007. 65 с.
4. Управление проектами: фундаментальный курс : учебник / под ред. В. М. Аньшина, О. Н. Ильиной. – М.: Изд. дом ВШЭ. 2013. 620 с.
5. Алесинская Т.В. Учебное пособие по решению задач по курсу «Экономико-математические методы и модели». – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2012. – 153 с.
6. Экономико-математическое и компьютерное моделирование: учеб. пособие / А. В. Стариков, И. С. Кущева. – Воронеж. 2008. 132 с.
7. Князева М.В. Метод ветвей и границ для решения задачи сетевого планирования с ограниченными ресурсами // Известия ЮФУ. 2010. № 7. С. 78-84.
8. Чередниченко Н.Д. Исследование эвристических правил распределения ресурсов // Интернет-журнал Науковедение. 2014. № 1.
9. Математические методы решения многокритериальной задачи о назначениях / О. Я. Никонов [ и др. ] // Вестник ХНАДУ. 2011. № 55. С. 103–112.

10. Мищенко А.В., Котов К.В. Модели управления ограниченными ресурсами в проектах создания и модернизации объектов логистической инфраструктуры // *Логистика сегодня*. 2011. № 1. С. 26-34.

11. Мищенко А. В. Методы управления инвестициями в логистических системах. – М.: Инфра-М, 2009. 363 с.

12. Алеников А.С., Макаров М.В. Инструментарий системного анализа и его применение при моделировании нестационарной экономики // *Национальные интересы: приоритеты и безопасность*. 2014. №4 (241). С. 36-47.

13. Мищенко А.В., Кошелев П. С. Методы и модели управления ограниченными ресурсами проекта в условиях неопределенности и риска // *Экономический анализ: теория и практика*. 2014. № 20. С. 53-65.

#### REFERENCES

1. Panfilova O.V. Sistema upravleniya finansovymi riskami pri realizatsii investitsionnykh proektov // *Izvestiya SPbGUEF*. 2012. № 4. S. 107–110.

2. Granaturov V. M. Ekonomicheskii risk: sushchnost', metody izmereniya, puti snizheniya. – М.: Delo i Servis. 2010. 208 s.

3. Zadachi raspredeleniya resursov v upravlenii proektami / P. S. Barkalov [i dr.]. – М.: IPU RAN. 2007. 65 s.

4. Upravlenie proektami: fundamental'nyi kurs : uchebnik / pod red. V. M. An'shina, O. N. Il'inoi. – М.: Izd. dom VShE. 2013. 620 s.

5. Alesinskaya T.V. Uchebnoe posobie po resheniyu zadach po kursu «*Ekonomiko-matematicheskie metody i modeli*». – Taganrog: Izd-vo TRTU, 2012. – 153 s.

6. Ekonomiko-matematicheskoe i komp'yuternoe modelirovanie: ucheb. posobie / A. V. Starikov, I. S. Kushcheva. – Voronezh. 2008. 132 s.

7. Knyazeva M.V. Metod vetvei i granits dlya resheniya zadachi setevogo planirovaniya s ogranichennymi resursami // *Izvestiya YuFU*. 2010. № 7. S. 78-84.

8. Cherednichenko N.D. Issledovanie evristicheskikh pravil raspredeleniya resursov // *Internet-zhurnal Naukovedenie*. 2014. № 1.

9. Matematicheskie metody resheniya mnogokriterial'noi zadachi o naznacheniyakh / O. Ya. Nikonov [ i dr. ] // *Vestnik KhNADU*. 2011. № 55. S. 103–112.

10. Mishchenko A.V., Kotov K.V. Modeli upravleniya ogranichennymi resursami v proektakh sozdaniya i modernizatsii ob"ektov logisticheskoi infrastruktury // *Logistika segodnya*. 2011. № 1. S. 26-34.

11. Mishchenko A. V. *Metody upravleniya investitsiyami v logisticheskikh sistemakh.* – M.: Infra-M, 2009. 363 s.

12. Alenikov A.S., Makarov M.V. *Instrumentarii sistemnogo analiza i ego primeneniye pri modelirovanii nestatsionarnoi ekonomiki // Natsional'nye interesy: priority i bezopasnost'. 2014. №4 (241). S. 36-47.*

13. Mishchenko A.V., Koshelev P. S. *Metody i modeli upravleniya ogranichennymi resursami proekta v usloviyakh neopredelennosti i riska // Ekonomicheskii analiz: teoriya i praktika. 2014. № 20. S. 53-65.*

*METHODS OF LIMITED RESOURCES PROJECT IN CONDITIONS OF  
UNCERTAINTY BY THE EXAMPLE OF ASSIGNMENT PROBLEM*

**O.V. PATSULA**

*Kuban State University,  
149, Stavropolskaya, st., Krasnodar, Russian Federation, 350040;  
e-mail: oksana\_p\_94@mail.ru*

The article describes the theoretical bases of limited resources management of the investment project in conditions of uncertainty by the example of the assignment problem, namely the use of branch and bound and the Hungarian method for solving the assignment problem. Also the existing economic and mathematical models of problems in deterministic and two-criteria productions are presented. The practical aspects of the assignment problem are considered.

**Key words:** assignment problems, the limited resources management, the Hungarian method, branch and bound.