УДК 517.521

О ЕЩЕ ОДНОМ СПОСОБЕ СУММИРОВАНИИ РЯДА МЕНГОЛИ - БРОУНКЕРА 8-ГО ПОРЯДКА

И.В. ТЕРЕЩЕНКО

Кубанский государственный технологический университет,
350072,Российская Федерация, г. Краснодар, ул. Московская, 2;
электронная почта: tereshchenko57@rambler.ru

Рассмотрен ряд Менголи – Броункера 8-го порядка. Предложен ещё один прямой метод вычисления определённого интеграла, величина которого равна сумме этого ряда. Показано, что сумма ряда выражается в замкнутом виде.

Ключевые слова: бесконечный числовой ряд, ряд Менголи – Броункера *k*-го порядка, ряд Менголи – Броункера 8-го порядка, П. Менголи, У. Броункер.

1. Ряд Менголи – Броункера *k* - го порядка. В предыдущей нашей работе [1] бесконечный положительный ряд

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(kn+1)(kn+2)}=\int_0^1\frac{dx}{1+x+x^2+...+x^{k-1}}, \quad k=1,2,3,... . \quad (1)$$

получил название ряда Менголи - Броункера *k*-го порядка в честь двух почти забытых в наше время математиков. Первый из них, итальянский математик, профессор Болонского университета, Пиетро Менголи (1626 – 1686) в 1650 году в сочинении «Новые арифметические квадратуры или о сложении дробей» нашёл сумму ряда обратных треугольных чисел [2, 3, 4]

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{T_{n+1}}=\frac{2}{1\cdot 2}+\frac{2}{2\cdot 3}+...+\frac{2}{(n+1)\cdot(n+2)}+...=2,$$

который по нашей классификации является рядом Менголи – Броункера 1-го порядка с увеличенными в два раза членами.

В другом своём сочинении [3, 5], Менголи нашёл разложение в ряд для $\ln 2$:

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n+1}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+...+\frac{(-1)^n}{n+1}+...=\ln 2.$$

Если сгруппировать в этом ряде слагаемые парами, начиная с первого члена, то получим для логарифма следующий ряд

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)(2n+2)}=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{3\cdot 4}+...+\frac{1}{(2n+1)\cdot(2n+2)}+...=\ln 2,$$

который представляет собой сумму ряда (1) для $k=2$. В таком виде ряд был впервые опубликован [3, 6] в 1668 году Уильямом Броункером (1620 – 1684), первым президентом Лондонского королевского общества.

Сумма ряда (1) для значений $k=3,4,5,6\,\text{и}\,8$ была вычислена нами в предыдущих наших работах [1, 7, 8, 9, 10].

2. Вычисление суммы ряда Менголи – Броункера 8 - го порядка. Из формулы (1) следует, что в случае $k=8$ ряд (1) сходится к сумме

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(8n+1)(8n+2)}=\int_0^1\frac{dx}{1+x+x^2+x^3+x^4+x^5+x^6+x^7}. \quad (2)$$

Дадим другое решение этой задачи, отличное от изложенного в работе [10]. Найдём корни многочлена, стоящего в знаменателе в формуле (2). Для этого решим уравнение

$$x^7+x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1=0, \quad (5)$$

Очевидно, что $x=1$ не является корнем этого уравнения. Умножая его на разность $x-1$, получим равносильное уравнение

$$(x-1)(x^7+x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1)=0, \quad x\neq 1,$$

или

$$x^8-1=0, \quad x\neq 1.$$

Корни этого уравнения являются комплексными корнями восьмой степени из единицы

$$x_k=\sqrt[8]{1}_k=e^{i\frac{2\pi k}{8}}, \quad k=1,2,3,4,5,6,7. \quad (6)$$

Следовательно, справедливо разложение

$$x^7 + x^6 + ... + x + 1 = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)(x - x_5)(x - x_6)(x - x_7)\,. \quad (7)$$

Тогда подынтегральную функцию в интеграле (2) можно разложить на простейшие дроби

$$\frac{1}{1 + x + ... + x^7} = \frac{x-1}{x^8 - 1} = \frac{P(x)}{Q(x)} = \sum_{k=1}^{7} \frac{A_k}{x - x_k}, \quad x \neq 1\,. \quad (8)$$

Умножив левую и правую часть этого равенства для каждого значения $m = 1, 2, \ldots, 7$ на разность $x - x_m$ и, переходя к пределу при $x \to x_m$, получим

$$\lim_{x \to x_m} \frac{P(x)}{\dfrac{Q(x) - Q(x_m)}{x - x_m}} = \frac{P(x_m)}{Q'(x_m)} = \frac{x_m - 1}{8{x_m}^7} = A_m + \lim_{x \to x_m}\left(x - x_m\right) \sum_{k=1, k \neq m}^{7} \frac{A_k}{x - x_k}, \quad x \neq 1\,.$$

Так как $\lim\limits_{x \to x_m}\left(x - x_m\right) \sum\limits_{k=1, k \neq m}^{7} \dfrac{A_k}{x - x_k} = 0$, то отсюда находим все коэффициенты разложения (8)

$$A_k = \frac{x_k - 1}{8{x_k}^7} = \frac{(x_k - 1)x_k}{8{x_k}^8} = \frac{(x_k - 1)x_k}{8}, \quad k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\,. \quad (9)$$

Перейдём от корней (6) к их комплексно сопряженным значениям

$$x_k^* = e^{-i\frac{2\pi k}{8}} = e^{i2\pi} e^{-i\frac{2\pi k}{8}} = e^{i\frac{2\pi(8-k)}{8}} = x_{8-k}, \quad k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\,. \quad (10)$$

Из формулы (10) следует, что эти корни образуют комплексно сопряжённые пары

$$x_1^* = x_{8-1} = x_7, \quad x_2^* = x_{8-2} = x_6 \quad x_3^* = x_{8-1} = x_7, \quad x_4^* = x_{8-4} = x_4 = 1, \quad (11)$$

и удовлетворяют соотношениям

$$x_k + x_k^* = e^{i\frac{2\pi k}{8}} + e^{-i\frac{2\pi k}{8}} = 2\cos\frac{2\pi k}{8}, k = 1, 2, 3, \quad x_4 = -1, \quad (12)$$

$$x_k x_k^* = 1, \quad x_k = x_1^k, \quad k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \tag{13}$$

Используя формулу (11), перепишем формулу (7), то есть разложение многочлена $x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ на множители, следующим образом

$$x^7 + x^6 + ... + x + 1 = (x - x_1)(x - x_1^*)(x - x_2)(x - x_2^*)(x - x_3)(x - x_3^*)(x + 1). \tag{14}$$

Заметим, что из формул (11) следует, что коэффициенты, задаваемые формулой (9), образуют комплексно сопряжённые пары

$$A_1^* = \frac{(x_1^* - 1)x_1^*}{8} = \frac{(x_7 - 1)x_7}{8} = A_7, \quad A_2^* = \frac{(x_2^* - 1)x_2^*}{8} = \frac{(x_6 - 1)x_6}{8} = A_6,$$

$$A_3^* = \frac{(x_3^* - 1)x_3^*}{8} = \frac{(x_5 - 1)x_5}{8} = A_5, \quad A_4^* = \frac{(x_4^* - 1)x_4^*}{8} = \frac{(x_4 - 1)x_4}{8} = A_4 = \frac{1}{4}. \tag{15}$$

Теперь мы можем переписать разложение (8) следующим образом

$$\frac{1}{1 + x + ... + x^7} = \frac{A_1}{x - x_1} + \frac{A_1^*}{x - x_1^*} + \frac{A_2}{x - x_2} + \frac{A_2^*}{x - x_2^*} + \frac{A_3}{x - x_3} + \frac{A_3^*}{x - x_3^*} + \frac{A_4}{x - x_4}$$

или

$$\frac{1}{1 + x + ... + x^6 + x^7} = \frac{A_1(x - x_1^*) + A_1^*(x - x_1)}{(x - x_1)(x - x_1^*)} + \frac{A_2(x - x_2^*) + A_2^*(x - x_2)}{(x - x_2)(x - x_2^*)} +$$

$$+ \frac{A_3(x - x_3^*) + A_3^*(x - x_3)}{(x - x_3)(x - x_3^*)} + \frac{A_4}{x - x_4}.$$

Так как согласно формулам (13) $x_1 x_1^* = x_2 x_2^* = x_3 x_3^* = 1$, $x_4 = -1$, то отсюда получаем

$$\frac{1}{1 + x + ... + x^7} = \frac{(A_1 + A_1^*)x - (A_1 x_1^* + A_1^* x_1)}{x^2 - (x_1 + x_1^*)x + 1} + \frac{A_2(x - x_2^*) + A_2^*(x - x_2)}{(x - x_2)(x - x_2^*)} +$$

$$+ \frac{A_3(x - x_3^*) + A_3^*(x - x_3)}{(x - x_3)(x - x_3^*)} + \frac{1/4}{x + 1}$$

или

$$\frac{1}{1+x+...+x^7}=\sum_{k=1}^{3}(A_k+A_k^*)\frac{x-\dfrac{(A_k x_k^*+A_k^* x_k)}{(A_k+A_k^*)}}{x^2-(x_k+x_k^*)x+1}+\frac{1/4}{x+1}.$$

Отсюда

$$\frac{1}{1+x+...+x^7}=\sum_{k=1}^{3}\frac{A_k+A_k^*}{2}\frac{\left(2x-(x_k+x_k^*)\right)+(x_k+x_k^*)-2\dfrac{(A_k x_k^*+A_k^* x_k)}{(A_k+A_k^*)}}{x^2-(x_k+x_k^*)x+1}+\frac{1/4}{x+1}.$$

Из последнего равенства получаем

$$\frac{1}{1+x+...+x^7}=\sum_{k=1}^{3}\frac{A_k+A_k^*}{2}\frac{2x-x_k-x_k^*}{x^2-(x_k+x_k^*)x+1}+\sum_{k=1}^{3}\frac{\dfrac{A_k-A_k^*}{2}(x_k-x_k^*)}{x^2-(x_k+x_k^*)x+1}+\frac{1/4}{x+1}$$

или

$$\frac{1}{1+x+...+x^7}=\sum_{k=1}^{3}B_k\frac{2x-x_k-x_k^*}{x^2-(x_k+x_k^*)x+1}+\sum_{k=1}^{3}\frac{C_k}{x^2-(x_k+x_k^*)x+1}+\frac{1/4}{x+1}, \quad (16)$$

где

$$B_k=\frac{A_k+A_k^*}{2},\quad k=1,2,3, \quad (17)$$

$$C_k=\frac{(A_k-A_k^*)(x_k-x_k^*)}{2},\quad k=1,2,3. \quad (18)$$

Подставляя разложение (16) в интеграл (2), получим

$$\int_0^1\frac{dx}{1+x+...+x^7}=\sum_{k=1}^{3}B_k\ln\left(2-(x_k+x_k^*)\right)+\sum_{k=1}^{3}C_k\int_0^1\frac{dx}{x^2-(x_k+x_k^*)x+1}+\frac{\ln 2}{4}. \quad (19)$$

Учитывая формулу (12) вычислим интеграл в правой части формулы (19), зная что $0<\dfrac{2\pi k}{8}<\pi,\quad k=1,2,3$

$$\int_0^1 \frac{dx}{x^2-(x_k+x_k^*)x+1} = \int_0^1 \frac{dx}{x^2-2x\cos\frac{2\pi k}{8}+\cos^2\frac{2\pi k}{8}+\sin^2\frac{2\pi k}{8}} =$$

$$= \int_0^1 \frac{dx}{\left(x-\cos\frac{2\pi k}{8}\right)^2+\sin^2\frac{2\pi k}{8}} = \frac{1}{\sin\frac{2\pi k}{8}}\operatorname{arctg}\frac{x-\cos\frac{2\pi k}{8}}{\sin\frac{2\pi k}{8}}\Bigg|_{x=0}^{x=1} =$$

$$= \frac{1}{\sin\frac{2\pi k}{8}}\left(\operatorname{arctg}\frac{1-\cos\frac{2\pi k}{8}}{\sin\frac{2\pi k}{8}}+\operatorname{arctg}\frac{\cos\frac{2\pi k}{8}}{\sin\frac{2\pi k}{8}}\right) =$$

$$= \frac{\operatorname{arctg}\operatorname{tg}\frac{\pi k}{8}+\operatorname{arctg}\operatorname{ctg}\frac{2\pi k}{8}}{\sin\frac{2\pi k}{5}} = \frac{\operatorname{arctg}\operatorname{tg}\frac{\pi k}{8}+\operatorname{arctg}\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi k}{8}\right)}{\sin\frac{2\pi k}{8}} =$$

$$= \frac{\frac{\pi k}{8}+\left(\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi k}{8}\right)}{\sin\frac{2\pi k}{8}} = \frac{\pi-\frac{\pi k}{4}}{2\sin\left(\pi-\frac{\pi k}{4}\right)}. \tag{20}$$

Теперь перепишем интеграл (19), воспользовавшись формулой (20)

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x+\ldots+x^7} = \sum_{k=1}^{3} B_k \ln\left(2-(x_k+x_k^*)\right)+\sum_{k=1}^{3} C_k \frac{\pi-\frac{\pi k}{4}}{2\sin\left(\pi-\frac{\pi k}{4}\right)}+\frac{\ln 2}{4} \tag{21}$$

и выразим величины B_k и C_k с помощью формул (15), (17), (18) через сумму $x_k+x_k^*$

$$B_k = \frac{(x_k-1)x_k+(x_k^*-1)x_k^*}{16} = \frac{(x_k+x_k^*)^2-(x_k+x_k^*)-2}{16}, \tag{22}$$

$$C_k = \frac{(x_k(x_k-1)-x_k^*(x_k^*-1))(x_k-x_k^*)}{16} = \frac{(x_k+x_k^*-1)((x_k+x_k^*)^2-4)}{16}, \tag{23}$$

где $k = 1, 2, 3$.

Из формул (9), (12) и (13) имеем

$$2-(x_k+x_k^*)=2-2\cos\frac{2\pi k}{8}=4\sin^2\frac{\pi k}{8}, \quad k=1,2,3, \tag{24}$$

$$B_k=\frac{2\cos^2\frac{2\pi k}{8}-\cos\frac{2\pi k}{8}-1}{8}, \quad k=1,2,3. \tag{25}$$

$$C_k=\frac{2\left(2\cos\frac{2\pi k}{8}-1\right)\left(\cos^2\frac{2\pi k}{8}-1\right)}{8}, \quad k=1,2,3. \tag{26}$$

Используя формулы (24), (25) и (26) находим значение интеграла (21)

$$\int_0^1\frac{dx}{1+x+\ldots+x^7}=\sum_{k=1}^{3}\frac{2\cos^2\frac{2\pi k}{8}-\cos\frac{2\pi k}{8}-1}{8}2\ln\left(2\sin\frac{\pi k}{8}\right)+$$

$$+\sum_{k=1}^{3}\frac{\left(2\cos\frac{2\pi k}{8}-1\right)\left(\cos^2\frac{2\pi k}{8}-1\right)}{8}\frac{\pi-\frac{2\pi k}{8}}{\sin\left(\pi-\frac{2\pi k}{8}\right)}+\frac{\ln 2}{4}. \tag{27}$$

Теперь найдём величины $B_1, B_2, B_3, C_1, C_2, C_3$

$$B_1=\frac{2\cos^2\frac{2\pi}{8}-\cos\frac{2\pi}{8}-1}{8}=-\frac{1}{8\sqrt{2}}, \tag{28}$$

$$B_2=\frac{2\cos^2\frac{4\pi}{8}-\cos\frac{4\pi}{8}-1}{8}=-\frac{1}{8}, \tag{29}$$

$$B_3=\frac{2\cos^2\frac{6\pi}{8}-\cos\frac{6\pi}{8}-1}{8}=\frac{1}{8\sqrt{2}}, \tag{30}$$

$$C_1=\frac{2\left(2\cos\frac{2\pi}{8}-1\right)\left(\cos^2\frac{2\pi}{8}-1\right)}{8}=-\frac{\sqrt{2}-1}{8}, \tag{31}$$

$$C_2=\frac{2\left(2\cos\frac{4\pi}{8}-1\right)\left(\cos^2\frac{4\pi}{8}-1\right)}{8}=\frac{1}{4}. \tag{32}$$

$$C_3=\frac{2\left(2\cos\frac{6\pi}{8}-1\right)\left(\cos^2\frac{6\pi}{8}-1\right)}{8}=\frac{\sqrt{2}+1}{8}. \tag{33}$$

Зная значения этих констант, вычислим интеграл (21) или (27)

$$\int_0^1\frac{dx}{1+x+...+x^7}=\sum_{k=1}^{3}B_k\ln\left(4\sin^2\frac{\pi k}{8}\right)+\sum_{k=1}^{3}C_k\frac{\pi-\frac{2\pi k}{8}}{2\sin\left(\pi-\frac{2\pi k}{8}\right)}+\frac{\ln 2}{4}=$$

$$=\frac{\ln 2}{4}-\frac{\ln\left(\sqrt{2}-1\right)}{8\sqrt{2}}-\frac{\ln 2}{8}+\frac{\ln\left(\sqrt{2}+1\right)}{8\sqrt{2}}-3\pi\frac{2-\sqrt{2}}{64}+\frac{\pi}{16}+\frac{2+\sqrt{2}}{64}\pi=$$

$$=\frac{\ln 2+\sqrt{2}\ln\left(\sqrt{2}+1\right)}{8}+\frac{\sqrt{2}}{16}\pi. \tag{34}$$

Из формул (34) и (2) следует, что сумма ряда Менголи – Броункера 8-го порядка равна

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(8n+1)(8n+2)}=\frac{\ln 2+\sqrt{2}\ln\left(\sqrt{2}+1\right)}{8}+\frac{\sqrt{2}}{16}\pi. \tag{35}$$

Заключение. Рассмотрен ряд Менголи – Броункера 8-го порядка. Вычислена его сумма через интеграл (см. формулы (2) и (35)) и найдено её значение методом, отличным от метода нашей предыдущей работы [10]. Этот ряд и его сумма отсутствует в известных математических справочниках [11, 12, 13 и 14].

Целью наших дальнейших исследований будет нахождение суммы ряда Менголе – Броункера нечётного и чётного порядков.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Терещенко И.В.** О суммировании ряда Менголи - Броункера *k*-го порядка. [Электронный ресурс] // Научные труды КубГТУ: электрон. сетевой политематич. журн. 2015. № 10. URL: http://ntk.kubstu.ru/file/546.

2. **Mengoli Pietro.** Novae quadraturae arithmeticae, seu De additione fractionum. – Bononiae: Ex typographia Iacobi Montij, 1650.

3. **История математики.** Т2. Математика XVII столетия. Под ред. А.П. Юшкевича. – М.: Наука, 1970. – 301 с.

4. **Cajori F.** A History of Mathematics. 2-nd ed. – L.: Macmillan & Co., Ltd, 1919, p. 173.

5. **Mengoli Pietro.** Geometriae speciosae elementa. – Bononiae, 1659.

6. **Brouncker W.** The squaring of the Hyperbola by an infinite series of rational numbers. Philos. Trans., 1668.

7. **Терещенко И.В.** О суммировании ряда Менголи - Броункера 5-го порядка. [Электронный ресурс] // Научные труды КубГТУ: электрон. сетевой политематич. журн. 2015. № 10. URL: http://ntk.kubstu.ru/file/571.

8. **Терещенко И.В.** О еще одном способе суммирования ряда Менголи - Броункера 5-го порядка. [Электронный ресурс] // Научные труды КубГТУ: электрон. сетевой политематич. журн. 2015. № 10. URL: http://ntk.kubstu.ru/file/607.

9. **Терещенко И.В.** О суммирования ряда Менголи - Броункера 6-го порядка. [Электронный ресурс] // Научные труды КубГТУ: электрон. сетевой политематич. журн. 2015. № 10. URL: http://ntk.kubstu.ru/file/608.

10. **Терещенко И.В.** О суммирования ряда Менголи - Броункера 8-го порядка. [Электронный ресурс] // Научные труды КубГТУ: электрон. сетевой политематич. журн. 2015. № 11. URL: http://ntk.kubstu.ru/file/616.

11. **Смолянский М.Л.** Таблицы неопределённых интегралов. – М.: ГИФМЛ, 1961. – 108 с.

12. **Двайт Г.Б.** Таблицы интегралов и другие математические формулы. Перевод с английского Н.В. Леви. – М. Наука, гл. ред. физ. – мат. лит., 1983. – 176 с.

13. **Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.** Интегралы и ряды. – М. Наука, Uл. ред. физ. – мат. лит., 1981. – 800 с.

14. **Градштейн И.С., Рыжик И.М.** Таблицы интегралов, рядов и произведений. 7-е изд. Перевод с английского В.В. Максимова. – СПб.: БХВ-Петербург, 2011. – 1232 с.

REFERENCES

1. **Tereshchenko I.V.** On The Summation of Mengoli – Brouncker's series of the 5-th Order. // Scientific works of KubSTU: electron. setevoy politimatich. zhurn. 2015. № 10. URL: http://ntk.kubstu.ru/file/546.

2. **Mengoli Pietro.** Novae quadraturae arithmeticae, seu De additione fractionum. – Bononiae: Ex typographia Iacobi Montij, 1650.

3. **Istorija matematiki**. T2. Matematika XVII stoletija Pod red. A.P. Jushkevicha. – Moscow: Nauka, 1970. – 301 s.

4. **Cajori F.** A History of Mathematics. 2-nd ed. – L.: Macmillan, 1919, p. 173.

5. **Mengoli Pietro.** Geometriae speciosae elementa. – Bononiae, 1659.

6. **Brouncker W.** The squaring of the Hyperbola by an infinite series of rational numbers. Philos. Trans., 1668.

7. **Tereshhenko I.V.** O summirovanii rjada Mengoli - Brounkera 5-go porjadka. [Jelektronnyj resurs] // Nauchnye trudy KubGTU: jelektron. setevoj politematich. zhurn. 2015. № 11. URL: http://ntk.kubstu.ru/file/571.

8. **Tereshhenko I.V.** O eshhe odnom sposobe summirovanija rjada Mengoli - Brounkera 5-go porjadka. [Jelektronnyj resurs] // Nauchnye trudy KubGTU: jelektron. setevoj politematich. zhurn. 2015. № 10. URL: http://ntk.kubstu.ru/file/607.

9. **Tereshhenko I.V.** O summirovanii rjada Mengoli - Brounkera 6-go porjadka.. [Jelektronnyj resurs] // Nauchnye trudy KubGTU: jelektron. setevoj politematich. zhurn. 2015. № 10. URL: http://ntk.kubstu.ru/file/608.

10. **Tereshhenko I.V.** O summirovanii rjada Mengoli - Brounkera 8-go porjadka. [Jelektronnyj resurs] // Nauchnye trudy KubGTU: jelektron. setevoj politematich. zhurn. 2015. № 11. URL: http://ntk.kubstu.ru/file/616.

11. **Smoljanskij M.L.** Tablicy neopredeljonnyh integralov. – M.: GIFML, 1961.

12. **Dwight H.B.** Tables of Integrals and Other Mathematical Data. 4-d ed. - N.Y.: Macmillan, 1961.

13. **Prudnikov A.P., Brychkov Ju.A., Marichev O.I.** Integraly i rjady. – M. Nauka, Gl. red. fiz. – mat. lit., 1981. – 800 s.

14. Gradshteyn I.S., Ryzhik I.M. Table of Integrals, Series, and Products. 7-th ed., Elsevier Inc., 2007.

ABOUT ONE MORE METHOD OF THE SUMMATION OF MENGOLI – BROUNCKER'S SERIES OF THE 8-TH ORDER

I.V. TERESHCHENKO

Kuban state Technological University,
2, Moskovskaya st., Krasnodar, Russian Federation, 350072;
e-mail: tereshchenko57@rambler.ru

Mengoli - Brouncker's series of the 8-th order is considered. Other direct method of calculating the definite integral, whose value is equal to the sum of this series, is proposed. It is shown that the sum of the series is expressed in closed form.
Key words: infinite series, Mengoli – Brouncker's series of the *k*-th order, Mengoli – Brouncker's series of the 8-th order, P. Mengoli, W. Brounker.