

*ФУНКЦИЯ ВЫБОРА КАК МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ОБЪЕКТ И ЕЁ ПРАВИЛА,
РЕАЛИЗОВАННЫЕ БИНАРНЫМ ДЕРЕВОМ СИСТЕМЫ ВОПРОСОВ И
ОТВЕТОВ*

О.Б. ПОПОВА

*Кубанский государственный технологический университет
350072, Российская Федерация, г. Краснодар, ул. Московская, 2;
электронная почта: popova_ob@mail.ru*

Выбор является одним из обязательных действий любой целенаправленной деятельности. Чтобы автоматизировать её необходимо автоматизировать задачи входящие в эту деятельность. В том числе и задачу выбора. До сих пор некоторые типы задач выбора не автоматизированы. К ним нельзя применить первый и второй язык описания функции выбора – критериальный язык и язык бинарных отношений. В первом из них альтернативы оцениваются числовыми данными. Во втором критериальная функция не вводится, но используются отношения предпочтения между каждой парой альтернатив, где любая пара альтернатив не должна зависеть от остальных альтернатив. В тех задачах выбора, где альтернативы нельзя оценить числовыми данными и отношения предпочтения между каждой парой альтернатив зависит от остальных альтернатив нужно использовать третий язык описания функции выбора как математический объект. Поэтому необходимо было, изучив основные определения, получить функцию выбора как математический объект и решить задачу выбора. Было доказано, что математический объект – это абстрактный тип данных, который выражает сущностные аспекты, свойства и отношения, возникающие между не числовыми элементами множества альтернатив в конкретной задаче выбора. Был получен математический объект – бинарное дерево вопросов и ответов, а так же правила его получения, которые будут являться решением задачи выбора. В статье приведён пример задачи выбора, решённой разработанным автором методом, используя функцию выбора как математический объект. Данным методом можно решать и аналогичные задачи выбора, где из множества альтернатив не числовых данных нужно выбрать одну «наиболее подходящую».

Ключевые слова: целенаправленная деятельность, задача выбора, правила выбора, критериальный язык описания выбора, язык бинарных отношений, функция выбора как математический объект, абстрактный тип данных, бинарное дерево системы вопросов и ответов.

Известно [1, стр. 209], что любая целенаправленная деятельность состоит из ряда задач, которые необходимо решить. К таким задачам относятся моделирование, перенос информации во времени и в пространстве, получение новой информации, а так же выбор. Который является одним из обязательных действий любой целенаправленной деятельности. Понятно, чтобы автоматизировать целенаправленную деятельность необходимо

автоматизировать задачи входящие в эту деятельность. В том числе и задачу выбора.

В зависимости от цели или совокупностей целей, которые необходимо достигнуть, задачи выбора имеют тот или иной тип. Решение задачи выбора зависит от возможности применить формальные методы и компьютерное моделирование (диалоговые системы поддержки решений, экспертные системы, информационно-поисковые системы, системы управления базами данных, автоматизированные системы управления и так далее) к неформализованным задачам выбора.

Существует множество различных задач выбора. Поэтому для них было разработано большое число методов решения, которые зависят от языка описания функции выбора. На сегодняшний день их три, применение которых зависит от сложности задачи выбора и её структурированности.

Не все задачи выбора, из-за их некоторых особенностей, можно решить, используя критериальный язык описания выбора и язык бинарных отношений, то есть первый и второй язык описания функции выбора. Поэтому такие задачи долгое время решались вручную, а некоторые и до сих пор не автоматизированы. К таким задачам относятся задачи, в которых выбор одной из двух альтернатив зависит от наличия других альтернатив. А так же задачи выбора, когда понятие предпочтения вообще лишено смысла. Здесь из множества альтернатив используются правила выбора «типичного», выбора «среднего», выбора «наиболее отличного, оригинального» и так далее.

Поэтому учёными был разработан третий более общий язык описания выбора, в котором функция выбора используется как математический объект. Здесь выбор представляется в виде операции над произвольным множеством альтернатив X . В результате этому множеству ставится в соответствие его некоторое подмножество $C(X)$. Или же можно записать $C(X) \subseteq X$. Таким образом, математическим объектом тут является отображение совокупности множеств в совокупность множеств (для выбора будут предлагаться любые

подмножества $X_i \subseteq X$) без поэлементного отображения одного множества на другое, а так же без отображения множеств на числовую ось.

Этот объект своеобразен и не до конца изучен. Поэтому в нём ещё используются правила выбора из предыдущих языков описания выбора. Так как даже если использовать их в новом языке описания это может дать общее число функций выбора большее, чем число графов предпочтения, которые используются в языке бинарных отношений.

Далее, для объяснения данного утверждения, будем использовать формулы, взятые из учебной литературы по «Основам системного анализа».

Так, различное число графов предпочтения для n альтернатив будет равно:

$$2^{n^2} \quad (1).$$

Теперь покажем общее число функций выбора, используя понятия, применяемые в языке бинарных отношений. Сначала определяется формула выражающая число функций выбора, когда из n альтернатив для выбора предлагаются всего лишь k альтернатив. Причём эти альтернативы могут входить или не входить в $C(X_k)$. Далее учитываются все возможные варианты комбинаций альтернатив для выбора, число которых равно C_n^k . Тогда общее число функций выбора будет равно

$$\prod_{k=1}^n (2^k)^{C_n^k} = 2^{n^{n-1}}. \quad (2)$$

Как видно из формул (1) и (2) число функций выбора на третьем языке описания значительно превышает число графов предпочтения (см. об этом подробнее в литературе [1, стр. 228]). Так же здесь учитываются случаи отказа от выбора. Всё это указывает на большее разнообразие функций выбора, если она описана математическим объектом. Но чтобы решить задачи, для которых составлялся данный язык описания функции выбора, необходимо разработать и описать новые правила выбора.

Для этого рассмотрим базовые определения, которые образуют основную идею третьего языка описания функции выбора как математический объект.

Известно [2], что «математический объект – это абстрактный объект, определяемый и изучаемый в математике (или в философии математики)». А «абстрактный объект – это объект, созданный какой-либо абстракцией или при посредстве какой-либо абстракции; когнитивно представленный объект познания, репрезентирующий те или иные сущностные аспекты, свойства, отношения вещей и явлений окружающего мира». Здесь абстрактные объекты делятся на реальные и идеальные. Они различаются постановкой и решением проблемы существования. Для реальных объектов имеется конструктивное решение, тогда как идеальные объекты выходят за пределы эффективной проверки. См. об этом подробнее [3].

В математике приняты следующие условия при задании математического объекта [2]:

- 1) определяют его название и свойства в виде списка аксиом;
- 2) математический объект, свойства которого непротиворечивы, считается допустимым и существующим.

Математические объекты могут быть разного типа [2]:

- 1) идеализирующие реальный объект (математический шар – это математический объект предмета круглой формы);
- 2) обобщающие или дополняющие другой математический объект (комплексные числа – расширение системы вещественных чисел);
- 3) выделяющие часть (подмножества) с заданными свойствами из другого математического объекта (алгебраические числа – это подмножество комплексных чисел).

Рассмотрим, какими математическими объектами в третьем языке описания выбора можно представить задачи выбора из других языков описания выбора. Так, в критериальном языке описания выбора альтернатива оценивается определённым числом, а выбор заключается в отыскании альтернативы, у которой критериальная функция имела бы наибольшее значение [1, стр. 212]. Поэтому математическим объектом может стать критерий качества, целевая функция, функция предпочтения, функция

полезности – $q(x)$. Данные функции обладают тем свойством, что если альтернатива x_1 предпочтительнее альтернативы x_2 , то $q(x_1) > q(x_2)$.

А в языке бинарных отношений выявляются отношения между каждой парой альтернатив. Здесь учитываются определённые правила этого языка описания функции выбора – отдельно альтернатива не рассматривается; в любой паре альтернатив одна из них может быть предпочтительнее либо они могут быть равнозначны, либо они несравнимы; отношение внутри пары альтернатив не зависит от других альтернатив из списка выбора. Тогда математическим объектом тут будут способы задания бинарных отношений. Их четыре – непосредственный список всех пар, матрица предпочтений, граф предпочтений и сечения [1, стр. 222]. Тогда свойства этих математических объектов будут определяться из теории отношений на языке теории множеств [1, стр. 223].

Таким образом, третьим языком функции выбора можно описать задачи, решаемые предыдущими языками функции выбора, так как он является более общим языком. Но рассмотренные выше математические модели из более ранних языков без каких-либо изменений не получится использовать для тех задач выбора, для которых задумывался язык описания функции выбора как математический объект, так как предыдущими языками эти задачи невозможно было решить.

Поэтому нужно будет разрабатывать подходящий математический объект, зависящий от конкретных особенностей, представленных в сформулированной задаче выбора, и который отличается от критерия качества, целевой функции, функции предпочтения, функции полезности, простого перебора всех пар альтернатив, матрицы предпочтений, графа предпочтений и сечения. Так же нужно будет учесть тот факт, что свойства такого математического объекта определяют работу с альтернативами, представленными в виде множества. Причём нельзя поэлементно отображать одно множество на другое, а так же отображать множество на числовую ось.

Поэтому данный математический объект, скорее всего, должен работать с множествами, но не числовыми.

Из выше приведённых определений видно, что математический объект в нашем случае – это абстрактный объект, представляющий те или иные сущностные аспекты, свойства и отношения, возникающие между не числовыми элементами множества альтернатив в конкретной задаче выбора. Причём необходимо учесть тот факт, что автоматизация такой задачи выбора предполагает использование абстрактного объекта в таком виде, который удобен для задания его на любом языке программирования. Тогда конструктивным решением, реализующим сущностные аспекты, свойства и отношения, возникающие между не числовыми элементами множества альтернатив, в языке программирования будет абстрактный тип данных (АТД) [4], который определяет математическую модель и операторы, которые с ней работают. Такой тип данных имеет сложную структуру, а способ её реализации зависит от языка программирования и квалификации программиста. Например, непосредственный список всех пар, был бы задан АТД «список», который мог быть реализован вектором или посредством указателей [4, стр. 8 – 10]. А матрица предпочтений будет задана матрицей с определёнными свойствами. Граф предпочтений можно задать «матрицей смежности» или «списком смежности» [4, стр. 76]. Поэтому необходимо будет искать для решения задачи выбора такой абстрактный тип данных, который выражает сущностные аспекты, свойства и отношения, возникающие между не числовыми элементами множества альтернатив в конкретной задаче выбора.

Мной был разработан абстрактный тип данных [5 – 8], работающий с множеством нечисловых альтернатив, который можно использовать для описания функции выбора математическим объектом. Он подходит для решения задач выбора определённого типа, которые нельзя решить, используя первый и второй языки описания функции выбора. Для этого была использована теория по структурам данных. Ниже опишем данный тип задач.

Выбор «наиболее подходящего» метода решения задачи из множества всех известных методов решения – это задача выбора, которая из-за своих особенностей не была автоматизирована. Здесь учитывается тот факт, что для каждой задачи существует свой «наиболее подходящий» метод решения, который был разработан непосредственно для такого рода задач или будет наиболее «оптимальным», учитывая все условия решения задачи. Выбирающий метод человек заранее не знает тип задачи, а так же он не знает всех возможных методов решения. Самостоятельно он может провести изучение всей литературы по данной теме, произвести анализ всех существующих методов на предмет их возможного применения к своей задаче. И произвести выбор метода, который может и не быть «наиболее подходящим» или «оптимальным» для данной задачи. Как видно, данного типа задачи не автоматизированы.

Мной была решена конкретная задача такого типа – выбор метода оптимизации из всех существующих методов оптимизации для решения оптимизационной задачи [5 – 8]. Для этого мной был разработан математический объект – бинарное дерево системы вопросов и ответов, которое имеет свои правила получения [9, 10]. Перемещаясь по данному дереву от его корня к листу можно получить искомое решение – метод оптимизации для конкретной оптимизационной задачи. Другими словами, уже составив дерево, используя правила получения его элементов, можно получить множество решений. Причём выбор может быть так же пустым. Таким образом, получение математического объекта для описания задачи выбора и есть решение задачи выбора такого типа. А сами правила получения элементов данного дерева и будут новыми правилами выбора, используемыми в третьем языке описания функции выбора.

Так же мной было доказано, что данное бинарное дерево системы вопросов и ответов может быть использовано для решения других задач такого типа. Например, для выбора нужного метода управления сложными системами для решения задачи управления конкретной системы [11].

ЛИТЕРАТУРА

1. **Перегудов Ф.И., Тарасенко Ф.П.** Основы системного анализа. Учеб. 3-е изд. Томск: Изд-во НТЛ, 2001. – 396 с.
2. **Лойко В.И., Попова О.Б.** Алгоритмы и структуры данных ЭИС. Учебное пособие. Кубан. гос. технол. ун-т. Краснодар: Издание КубГТУ, 2007. – 169с.
3. **О.Б. Попова, Б.К. Попов, В.И. Ключко** Бинарное дерево выбора знания из области знания, используя систему вопросов и ответов: монография ФБГОУ ВПО «Кубан. гос. технол. ун-т». Краснодар: Издательский Дом - Юг, 2013 – 166 с.
4. **Попова О.Б., Попов Б.К.** Эквивалентная замена процесса выбора знания из области знаний на техническую систему вопросов и ответов//Фундаментальные исследования. 2012. № 11 (часть 5). стр. 1201 - 1205; URL: www.rae.ru/fs/?section=content&op=show_article&article_id=9999950 (дата обращения: 14.01.2013)
5. **Попова О.Б., Попов Б.К.** Замена реальной системы (процесс выбора метода оптимизации) на техническую систему (программа-советчик «Оптимэль») // Современные проблемы науки и образования. 2012. № 5; URL: www.science-education.ru/105-7226 (дата обращения: 02.03.2013).
6. **Попова О.Б., Попов Б.К.** Применение технической системы процесса выбора метода оптимизации // Современные проблемы науки и образования. 2012. № 6; URL: www.science-education.ru/106-7552 (дата обращения: 28.11.2012)
7. **Попова О.Б., Попов Б.К., Ключко В.И.** Получение корня бинарного дерева системы вопросов и ответов // Современные проблемы науки и образования. 2013. №3; URL: www.science-education.ru/109-9146 (дата обращения: 25.05.2013).
8. **Попова О.Б., Попов Б.К., Ключко В.И.** Правила получения элементов бинарного дерева системы вопросов и ответов // Фундаментальные исследования. 2013. № 6 (часть 1). стр. 55-59; URL:

www.rae.ru/fs/?section=content&op=show_article&article_id=10000624 (дата обращения: 25.05.2013).

9. **Попова О.Б., Попов Б.К., Ключко В.И.** Проблема сокращения времени выбора методов управления большими системами (БС) // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 1; URL: <http://www.science-education.ru/107-8371> (дата обращения: 15.02.2013).

References

1. **Peregudov F.I., Tarasenko F.P.** Osnovy sistemnogo analiza: Ucheb. 3-e izd. (The foundations of systems analysis. Third edition.) – Tomsk: Izd-vo NTL, 2001. – 396 p.

2. **Lojko V.I., Popova O.B.** Algoritmy i struktury dannyh JeIS: Uchebnoe posobie (Algorithms and Data Structures EIS: Textbook), Krasnodar, 2007, 169 p.

3. **Popova O.B., Popov B.K., Kljuchko V.I.** Binarnoe derevo vybora znaniya iz oblasti znaniya, ispol'zuja sistemu voprosov i otvetov: monografija (Binary tree of knowledge of select areas of knowledge, using a system of questions and answers: Monograph), Krasnodar, 2013, 166 p.

4. **Popova O.B., Popov B.K.** Fundamental'nye issledovaniya (Fundamental research), 2012, № 11 (chast' 5); URL: www.rae.ru/fs/?section=content&op=show_article&article_id=9999950.

5. **Popova O.B., Popov B.K.** Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya (Modern problems of science and education), 2012, № 5; URL: www.science-education.ru/105-7226.

6. **Popova O.B., Popov B.K.** Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya (Modern problems of science and education), 2012, № 6; URL: www.science-education.ru/106-7552.

7. **Popova O.B., Popov B.K., Kljuchko V.I.** Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya (Modern problems of science and education), 2013, №3; URL: www.science-education.ru/109-9146.

8. **Popova O.B., Popov B.K., Kljuchko V.I.** Fundamental'nye issledovaniya (Fundamental research), 2013, № 6 (chast' 1). – pp. 55-59; URL: www.rae.ru/fs/?section=content&op=show_article&article_id=10000624.

9. **Popova O.B., Popov B.K., Kljuchko V.I.** Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya (Modern problems of science and education), 2013, № 1; URL: www.science-education.ru/107-8371.

THE FUNCTION OF THE CHOICE AS THE MATHEMATICAL OBJECT AND HER RULES, WHICH IS IMPLEMENTED BY THE BINARY TREE OF THE SYSTEM OF QUESTIONS AND ANSWERS.

O.B. POPOVA

Kuban State Technological University

Moskovskaya st., Krasnodar, Russian Federation, 350072; e-mail: popova_ob@mail.ru

The choice is one of the obligatory actions of any purposeful activity. To automate the purposeful activity need to automate problems included in to this activity. Including the problem of choosing. Until now, some types of problems of choice are not automated. For them cannot be apply the first and second language of description the function of choice – criteria language and the binary relations. In the first of these the alternatives are assessed by numerical data. In the second the criterion function is not introduced, but used the preference relations between each pair of alternatives, where any pair of alternatives should not depend on other alternatives. In the choice problems where alternatives cannot be evaluated numerical data and preference relations between each pair of alternatives depends on the other options need to use a third language of the description the function of the choice as a mathematical object. Therefore it was necessary to examine the substantive definitions, get a choice function as a mathematical object and solve the problem of choice. It was proved that a mathematical object – an abstract data type that expresses the essential aspects, properties and relations that arise between the not numerical elements of the many alternatives in the specific problem of the choice. Was received a mathematical object – a binary tree of questions and answers and also the rules of its receipt, which will be the solution of the problem of choice. In the article is an example of the problem of choice, the author decided to develop a method which is using a function of choice as a mathematical object. Given method can solve the problem of the choice and the similar, where from the set of not numeric data of alternatives is need to choose the «most appropriate».

Key words: purposeful activity, the problem of choice, rules for choosing, criterial language of description the choice, the language of binary relations, the function of choice as a mathematical object, the abstract data type, the binary tree of questions and answers.