

## *МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕЛЕ ТОКА НА ОСНОВЕ МНОГОФАЗНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ*

**Б.А. КОРОБЕЙНИКОВ, Д.И. СИДОРОВ, С.В. МИЛЛЕР**

*Кубанский государственный технологический университет,  
350072, Российская Федерация, г. Краснодар, ул. Московская, 2;  
электронная почта: miller.faza@yandex.ru*

В статье рассматриваются вопросы совершенствования систем и устройств релейной защиты и противоаварийной автоматики, представлена математическая модель и диаграмма работы реле тока на основе многофазного преобразователя электрических сигналов с вращающимся магнитным полем.

**Ключевые слова:** многофазный преобразователь электрических сигналов, вращающееся магнитное поле

Вопросы повышения эффективности работы электрических сетей, связанных с улучшением надёжности и качества электроснабжения потребителей электрической энергии являются одними из важнейших направлений в развитии электроэнергетики. Для успешного решения этих задач особое внимание уделяется вопросам создания новых и совершенствования существующих систем противоаварийной автоматики в электрических сетях, а также широкому применению современных технических средств управления, в том числе релейной защиты.

Релейная защита является одним из основных видов автоматики в энергосистемах. Основная задача устройств релейной защиты – осуществление непрерывного контроля за состоянием и режимом работы всех элементов энергосистемы, а так же реагирование на возникновение повреждений и ненормальных режимов.

При эксплуатации электрических сетей в последнее время увеличилось количество аварий, которые приводят к отключению потребителей электрической энергии. Рост генерирующих мощностей приводит к увеличению кратностей токов короткого замыкания, что, в свою очередь, приводит к увеличению вероятности возникновения искажений в показаниях датчиков тока (трансформаторов тока), сигнал от которых поступает к

терминалам противоаварийной автоматики. Искажения сигнала от датчиков, при недостаточно эффективной обработке в терминале, приводят к ложной работе противоаварийной автоматики, либо к её отказу, что может повлечь за собой серьезные повреждения оборудования, либо необоснованное отключение потребителей электроэнергии.

Токовые релейные защиты являются основными для защиты электрических сетей всех уровней напряжения и основаны на использовании токовых реле. Существующие токовые релейные защиты на электромеханической, микроэлектронной и микропроцессорной элементной базе имеют множество принципиальных недостатков.

Необходимо совершенствование токовых реле, как основы токовой релейной защиты, используя новые принципы, позволяющие повысить чувствительность, надежность, быстродействие защиты вместе со снижением ее стоимости. Перспективным подходом следует считать применение многофазных преобразователей электрических сигналов с вращающимся магнитным полем для создания новых токовых реле с использованием многофазной системы вторичных обмоток.

Многофазные преобразователи электрических сигналов (МПЭС) с вращающимся магнитным полем позволяют получить ряд электротехнических устройств с улучшенными характеристиками. В [1] приведен вариант однофазного трансформатора с вращающимся магнитным полем для выпрямления с повышенным качеством.

МПЭС имеет следующую конструкцию: на магнитопроводе, изображенном на рисунке 1, выполнены группы первичных и вторичных обмоток. Вторичная обмотка представляет собой обычную многофазную однослойную петлевою обмотку с числом фаз 6.

Особенностью схемы соединения первичных обмоток является получение временного и пространственного сдвига МДС, необходимого для получения вращающегося магнитного поля без использования фазосдвигающего конденсатора.

На рисунке 1 показана симметричная четырехобмоточная схема соединения первичных обмоток МПЭС. Обмотки  $L_1, L_2$  и  $L_3, L_4$  включены встречно и числа их витков соотносятся как 1:2 и 2:1 соответственно. Необходимый для получения взаимоперпендикулярных и равных по модулю МДС, фазовый сдвиг токов в ветвях достигается балансным элементом  $R$ .

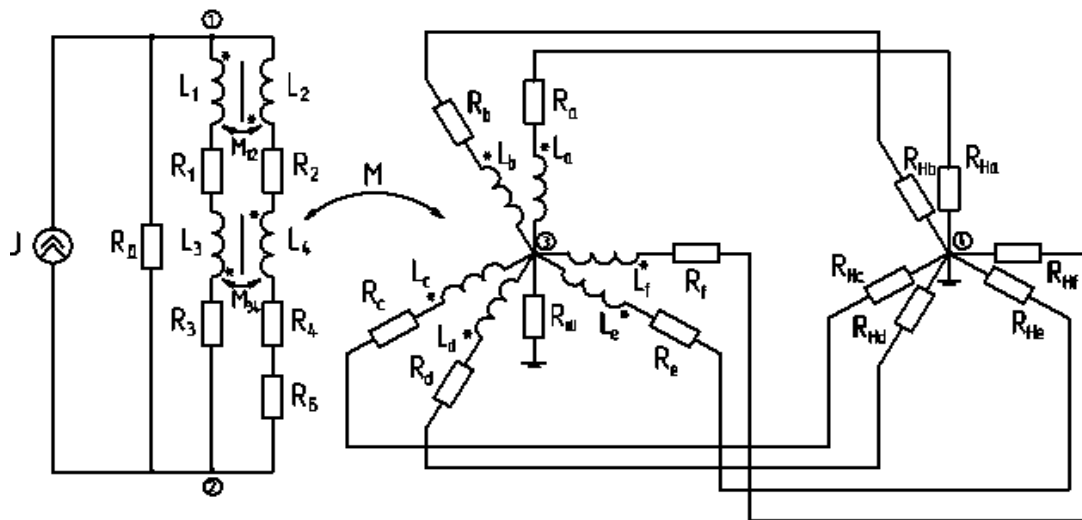


Рисунок 1 – Симметричная четырехобмоточная схема МПЭС

Учитывая соотношения чисел витков встречно включенных обмоток, собственные и взаимные индуктивности и активные сопротивления обмоток в относительных единицах, приведенных к индуктивности и сопротивлению обмотки  $L_1$  (обозначены  $L, R$ ) соответственно равны:

$$L_2 = 0,25L; L_3 = 0,25L; L_4 = L;$$

$$M_{12} = M_{34} = 0,5L;$$

$$R_b = qR;$$

$$R_2 = 0,5R; R_3 = 0,5R; R_4 = R.$$

Для схемы, изображенной на рисунке 1, составим уравнения по II закону Кирхгофа:

Для первичных цепей:

$$\begin{aligned}
 JR_B &= L_1 \frac{di_1}{dt} + L_3 \frac{di_1}{dt} + (R_1 + R_3 + R_B)i_1 - M_{12} \frac{di_2}{dt} - M_{34} \frac{di_2}{dt} + R_B i_2 + \\
 &M_{1a} \frac{di_a}{dt} + M_{1b} \frac{di_b}{dt} + M_{1c} \frac{di_c}{dt} + M_{1d} \frac{di_d}{dt} + M_{1e} \frac{di_e}{dt} + M_{1f} \frac{di_f}{dt} + M_{3a} \frac{di_a}{dt} + \\
 &+ M_{3b} \frac{di_b}{dt} + M_{3c} \frac{di_c}{dt} + M_{3d} \frac{di_d}{dt} + M_{3e} \frac{di_e}{dt} + M_{3f} \frac{di_f}{dt}; \\
 JR_B &= L_2 \frac{di_2}{dt} + L_4 \frac{di_2}{dt} + (R_2 + R_4 + R_B)i_2 - M_{12} \frac{di_1}{dt} - M_{34} \frac{di_1}{dt} + R_B i_1 + \\
 &M_{1a} \frac{di_a}{dt} + M_{1b} \frac{di_b}{dt} + M_{1c} \frac{di_c}{dt} + M_{1d} \frac{di_d}{dt} + M_{1e} \frac{di_e}{dt} + M_{1f} \frac{di_f}{dt} + M_{3a} \frac{di_a}{dt} + \\
 &+ M_{3b} \frac{di_b}{dt} + M_{3c} \frac{di_c}{dt} + M_{3d} \frac{di_d}{dt} + M_{3e} \frac{di_e}{dt} + M_{3f} \frac{di_f}{dt};
 \end{aligned}$$

Для вторичных цепей (обмотки  $a - e$ )

$$\begin{aligned}
 0 &= L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + R_{Ha} i_a + M_{1a} \frac{di_1}{dt} + M_{2a} \frac{di_2}{dt} + M_{3a} \frac{di_1}{dt} + M_{4a} \frac{di_2}{dt} + \\
 &+ M_{ab} \frac{di_b}{dt} + M_{ac} \frac{di_c}{dt} + M_{ad} \frac{di_d}{dt} + M_{ae} \frac{di_e}{dt} + M_{af} \frac{di_f}{dt}; \\
 0 &= L_b \frac{di_b}{dt} + R_b i_b + R_{Hb} i_b + M_{1b} \frac{di_1}{dt} + M_{2b} \frac{di_2}{dt} + M_{3b} \frac{di_1}{dt} + M_{4b} \frac{di_2}{dt} + \\
 &+ M_{ba} \frac{di_a}{dt} + M_{bc} \frac{di_c}{dt} + M_{bd} \frac{di_d}{dt} + M_{be} \frac{di_e}{dt} + M_{bf} \frac{di_f}{dt}; \\
 0 &= L_c \frac{di_c}{dt} + R_c i_c + R_{Hc} i_c + M_{1c} \frac{di_1}{dt} + M_{2c} \frac{di_2}{dt} + M_{3c} \frac{di_1}{dt} + M_{4c} \frac{di_2}{dt} + \\
 &+ M_{ca} \frac{di_a}{dt} + M_{cb} \frac{di_b}{dt} + M_{cd} \frac{di_d}{dt} + M_{ce} \frac{di_e}{dt} + M_{cf} \frac{di_f}{dt}; \\
 0 &= L_d \frac{di_d}{dt} + R_d i_d + R_{Hd} i_d + M_{1d} \frac{di_1}{dt} + M_{2d} \frac{di_2}{dt} + M_{3d} \frac{di_1}{dt} + M_{4d} \frac{di_2}{dt} + \\
 &+ M_{da} \frac{di_a}{dt} + M_{db} \frac{di_b}{dt} + M_{dc} \frac{di_c}{dt} + M_{de} \frac{di_e}{dt} + M_{df} \frac{di_f}{dt}; \\
 0 &= L_e \frac{di_e}{dt} + R_e i_e + R_{He} i_e + M_{1e} \frac{di_1}{dt} + M_{2e} \frac{di_2}{dt} + M_{3e} \frac{di_1}{dt} + M_{4e} \frac{di_2}{dt} + \\
 &+ M_{ea} \frac{di_a}{dt} + M_{eb} \frac{di_b}{dt} + M_{ec} \frac{di_c}{dt} + M_{ed} \frac{di_d}{dt} + M_{ef} \frac{di_f}{dt};
 \end{aligned}$$

$$0 = L_f \frac{di_f}{dt} + R_f i_f + R_{Hf} i_f + M_{1f} \frac{di_1}{dt} + M_{2f} \frac{di_2}{dt} + M_{3f} \frac{di_1}{dt} + M_{4f} \frac{di_2}{dt} +$$

$$+ M_{fa} \frac{di_a}{dt} + M_{fb} \frac{di_b}{dt} + M_{fc} \frac{di_c}{dt} + M_{fd} \frac{di_d}{dt} + M_{fe} \frac{di_e}{dt}.$$

Взаимные индуктивности  $\mathbf{M}$  обмоток  $\mathbf{m}$  и  $\mathbf{k}$  определяются по соотношениям вида  $M_{mk} = k_{CB} \cdot \sqrt{L_m \cdot L_k} \cdot \cos \varphi$ , где  $\varphi$  – угол пространственного сдвига обмоток, а  $L_m$  и  $L_k$  – их собственные индуктивности.

В матричной форме данную систему дифференциальных уравнений можно записать в следующем виде:

$$\vec{J} = \hat{R} \cdot \vec{i} + \hat{L} \cdot \frac{d\vec{i}}{dt}.$$

Преобразовав ее в форму, необходимую для анализа линейной схемы методом пространства состояний, получим

$$\frac{d\vec{i}}{dt} = -\hat{L}^{-1} \cdot \hat{R} \cdot \vec{i} + \hat{L}^{-1} \cdot \vec{J}.$$

В данном уравнении матрицы активных сопротивлений и индуктивностей составляются путем группировки слагаемых в исходных уравнениях Кирхгофа.

Матрица активных сопротивлений:

$$\hat{R} = \begin{pmatrix} R_1 + R_3 + R_B & R_B & 0 & \dots & 0 & 0 \\ R_B & (R_2 + R_4 + R_B + R_B) & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (R_a + R_{Ha}) & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & (R_e + R_{He}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & (R_f + R_{Hf}) \end{pmatrix}$$

Матрица собственных и взаимных индуктивностей:

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} L_1 + L_3 & -(M_{12} + M_{34}) & M_{1a} + M_{3a} & \dots & M_{1e} + M_{3e} & M_{1f} + M_{3f} \\ -(M_{12} + M_{34}) & L_2 + L_4 & M_{2a} + M_{4a} & \dots & M_{2e} + M_{4e} & M_{2f} + M_{4f} \\ M_{1a} + M_{3a} & M_{2a} + M_{4a} & L_a & \dots & M_{ae} & M_{af} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ M_{1e} + M_{3e} & M_{2e} + M_{4e} & M_{ea} & \dots & L_e & M_{ef} \\ M_{1f} + M_{3f} & M_{2f} + M_{4f} & M_{fa} & \dots & M_{fe} & L_f \end{pmatrix}$$

Вектор источников:

$$\vec{J} = (J \cdot R_B \quad J \cdot R_B \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0)'$$

В методе анализа на основе переменных состояния, любую линейную, инвариантную относительно времени схему представляют двумя уравнениями [2]:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \right\}$$

где  $u$  – входной вектор размеров  $8 \times 1$ , описывающий 8 независимых источников шесть из которых нулевые для нашей задачи;

$y$  - вектор описывающий 8 выходов и имеющий размерность  $8 \times 1$ ;

$x$  - вектор размером  $8 \times 1$ , описывающий соответствующее количество независимых переменных;

$A, B, C, D$  - постоянные действительные матрицы соответствующего размера, причем  $A = -\hat{L}^{-1} \cdot \hat{R}$ ,  $B = \hat{L}^{-1}$ . Матрица  $C$  диагонально-единичная размером  $8 \times 8$ , а  $D$  – нулевая той же размерности.

Решение составленных уравнений и анализ схемы, изображенной на рисунке 1 производился в среде MATLAB<sup>®</sup> с использованием блока «State-Space model».

В результате проведенных исследований получена следующая диаграмма работы схемы (рисунок 2).

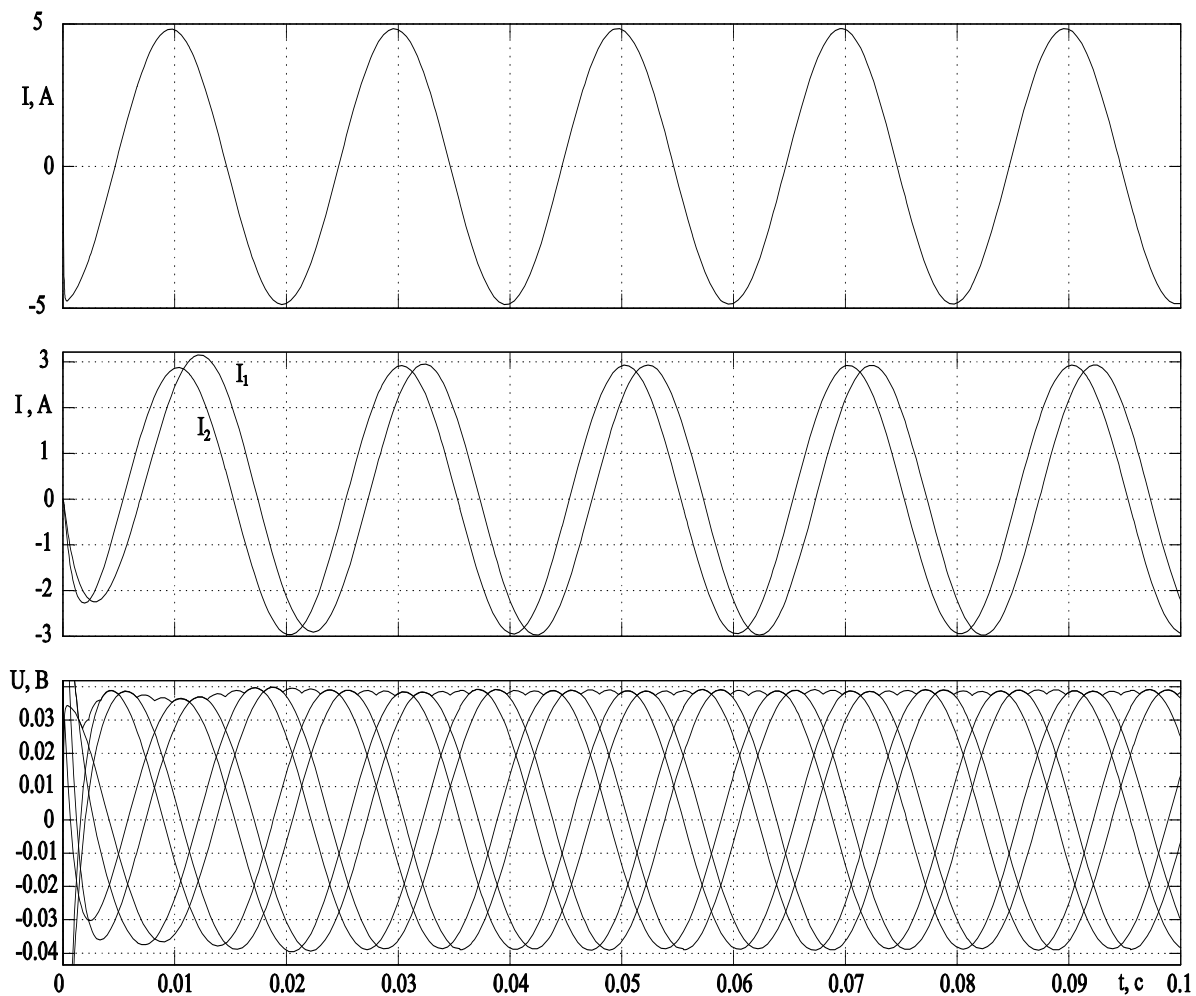


Рисунок 2 Диаграмма работы МПЭС

## ВЫВОДЫ

Предложено перспективное направление развития систем релейной защиты и автоматики энергосистемы. Разработана математическая модель многофазного преобразователя электрических сигналов с вращающимся магнитным полем, получена диаграмма работы его схемы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Пат. 2333562 РФ Однофазный трансформатор вращающегося поля [Текст]/ Б.А. Коробейников, Д.И. Сидоров (РФ). – 5 с.

2. Л.О. Чуа, Пен-Мин Лин, Машинный анализ электронных схем (алгоритмы и вычислительные методы). М.: Энергия, 1980, 639 с.

## REFERENCES

3. Pat. 2333562 RU B.A. Korobeinikov, D.I. Sidorov (RU). – 5 s.
4. L.O. Chua, Pen-Min Lin. – M.: Energiya, 1980, 639 s.

### *A MATHEMATICAL MODEL BASED ON THE CURRENT MULTIPHASE CONVERTER ELECTRICAL SIGNALS*

**B.A. KOROBEGINIKOV, D.I. SIDOROV, S.V. MILLER**

*Kuban State Technological University,  
2, Moskovskaya st., Krasnodar, Russian Federation, 350072;  
e-mail: miller.faza@yandex.ru*

The article deals with the issues of improving systems and relaying, the mathematical model and the diagram of the relay current on the basis Multiphase converter electric signal with a rotating magnetic field.

**Key words:** multiphase converter electrical signals, rotating magnetic field.