

КРИТЕРИИ ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РАСКРОЯ-УПАКОВКИ ПЛОСКИХ МАТЕРИАЛОВ

В.Н. МАРКОВ, Е.А. РУДЕНКО

*Кубанский государственный технологический университет,
350072, Российская Федерация, г. Краснодар, ул. Московская, 2*

В статье описываются критерии эффективности задач раскроя-упаковки. Статья содержит описание существующих критериев оценки эффективности алгоритмов, используемых для различных типов задач ортогонального раскроя и упаковки. В результате сформированы предпосылки к дальнейшим исследованиям в области оценке методов решения задач данного типа.

Ключевые слова: раскрой, упаковка, алгоритм, эффективность, критерии.

Наиболее часто встречающимися задачами являются ортогональная упаковка и раскрой, где в качестве малых объектов выступают заготовки прямоугольной формы - прямоугольники или ящики различных размеров, а крупных - материал, поступающий в виде полос, рулонов, прямоугольных листов, стержней или контейнеров различной вместимости.

Актуальность проблемы создания эффективных алгоритмов для решения данной задачи обусловлена как широким практическим применением задач в различных отраслях производства, так и трудностью создания адекватных математических моделей и методов их решения, поэтому в данной работе рассматриваются критерии эффективности задач раскроя и упаковки.

Причина растущего интереса к задачам данного типа состоит в их разнообразии, сложности и широкой применимости результатов. По своему характеру она является задачей дискретно-непрерывной структуры, относящейся к классу так называемых NP-полных задач, нахождение точного решения которых возможно только методом полного перебора всех возможных вариантов.

Одномерные задачи раскроя и упаковки:

- загрузка рюкзака (Knapsack Packing, KP);
- одномерный раскрой (1 Dimensional Cutting Stock, 1DCS);

- одномерная упаковка (1 Dimensional Bin Packing, 1DBP).
- Задачи прямоугольной упаковки:
- упаковка прямоугольников в полосу (2D Strip Packing Problem, 2DSP)
- упаковка прямоугольников в контейнеры (2D Bin Packing Problem, 2DBP);
- упаковка прямоугольников в открытую область(квадрант) (2D Area Packing Problem, 2DAP).

Задачи гильотинного раскроя:

- гильотинный раскрой полубесконечной полосы (2 Dimensional Guillotine Strip Cutting, 2DGSC);
- гильотинный раскрой листов (2 Dimensional Guillotine Bin Cutting, 2DGBC).

Математическая постановка задачи заключается в размещении прямоугольных объектов различных размеров на листах заданных размеров с минимальными ненужными остатками исходного материала при определенных ограничениях. В первую очередь это геометрические ограничения:

- проверка принадлежности объектов к области размещения;
- отсутствие пересечения объектов;
- направление текстуры для каждого объекта.

Также затруднения возникают, когда при размещении объектов на исходном листе требуется учитывать ряд технологических ограничений, которые определяются характеристиками оборудования и особенностями производства, они могут варьироваться в широком диапазоне в зависимости от специфики конкретного предприятия. Вот некоторые из возможных ограничений:

- предварительная обрезка края исходного листа;
- необходимые зазоры по краям раскраиваемого объекта для дальнейшей обработки;
- ширина режущей части инструмента;

- длина сквозного реза;
- количество одновременно раскраиваемых листов;
- максимальное количество поворотов;
- направление для укладки объектов на исходном листе.

Для эффективности методов решения задач раскроя-упаковки возникает необходимость оценивать ряд критериев. В классической постановке задач раскроя-упаковки основным критерием оценки эффективности алгоритмов карт раскроя является получение максимального значения коэффициента использования материала — отношение суммы площадей полученных заготовок к сумме площадей исходных полноформатных листов. В настоящее время его безусловное лидерство закончилось, на передний план выходят технологические ограничения.

Не менее важными критериями оценки являются: коэффициент делового остатка – отношение площади делового остатка листа к общей площади листа; коэффициент расхода материала – дополнение до единицы коэффициента делового остатка; коэффициент относительной плотности размещения – отношение суммарной площади деталей к разности между общей площадью листа и площадью делового остатка.

Также имеют место некоторые частные случаи, для оценки эффективности которых необходимо учитывать дополнительные критерии. При раскрое большого количества листов необходимо минимизировать общее количество резов. Также это актуально при раскрое на однопильном станке с ручной подачей, где все перемещения плиты материала осуществляются вручную. Поэтому создание карт раскроя для минимальных трудозатрат, является одним из обязательных критериев для вышеприведенных случаев. При работе с очень твердыми или хрупкими материалами необходима минимизация общей длины резов.

Рассмотрим подробно показатель крупности деталей и показатель крупности остатков. В работе [1] представлена новая постановка задачи

двумерного ортогонального раскроя. Исходные данные заданы двумя массивами:

неупорядоченный массив материалов $M = \{m \mid m = (L, W, K)\}$, где L – длина, W – ширина, K – количество листов с параметрами L, W .

неупорядоченный массив деталей $D = \{d_i \mid d_i = (x, y, r, k), x \leq L, y \leq W, r = 0, 1, k \in \mathbb{N}, i = 1, \dots, u\}$, где x – длина, y – ширина, r – ориентация: $r = 0$ – разрешение поворотов, $r = 1$ – запрет поворотов, k – количество деталей с параметрами x, y, r , u – ассортимент деталей.

Для упрощения дальнейшего изложения примем ширину реза $Kerf = 0$ и снимем ограничение на площадь производственных остатков $R_i \geq 0$.

Пусть i -я карта раскроя Z_i определена множеством четвёрок $Z_i = \{z_i \mid z_i = (i, l, w, r)\}$, где i – номер детали, l, w – координаты её левого верхнего угла, r – ориентация. Задача 2DBPP состоит в нахождении $n-1$ векторов $v = (\eta, \kappa, \tau)$, характеризующих $n-1$ карт раскроя $Z_{n-1} = \{Z_1, Z_2, \dots, Z_{n-1}\}$, для которых целевая функция достигает максимума

$$F_1 = \max \sum_{j=1}^{n-1} (\alpha \eta_j + \beta \kappa_j + \gamma \tau_j) \tag{1}$$

на множестве показателей покрытия площади материала η , показателей крупности деталей κ и показателей крупности остатков τ соответственно

$$\eta = \frac{\sum_i x_i y_i}{LW}, \quad \kappa = \frac{1}{e-1} \sum_i (e^{\frac{x_i y_i}{\lambda LW}} - 1), \quad \tau = \frac{1}{e-1} \sum_i (e^{\frac{R_i}{\lambda LW(1-\eta)}} - 1),$$

где R_i – площадь i -го остатка, $\sum_i R_i = LW(1-\eta)$, λ – коэффициент, определяющий чувствительность модели к соотношению площади материала и площадей деталей, $0 < \lambda \leq 1$. Граничные условия для показателей $0 < \eta \leq 1$, $0 < \kappa \leq 1$, $0 \leq \tau < 1$. Весовые коэффициенты α, β, γ задаются экспертно, и выражают соотношение приоритетов между показателями η, κ, τ вектора v соответственно. Для материалов с высокой стоимостью, например для оникса, являющегося полудрагоценным минералом, выгодно использовать отношение $\gamma \geq \beta$.

n -й вектор v_n , характеризующий карту раскроя Z_n , имеет две постоянные координаты $\eta = \text{Const}$, $\kappa = \text{Const}$ и характеризует последнюю карту раскроя для которой целевая функция достигает максимума

$$F_2 = \max_{L_n, W_n \rightarrow \min} \tau_n.$$

Складывая все n векторов, получаем обобщённую целевую функцию для Z_n

$$F = F_1 + F_2 = \max \sum_{j=1}^{n-1} (\alpha \eta_j + \beta \kappa_j + \gamma \tau_j) + \max_{L_n, W_n \rightarrow \min} \tau_n. \quad (2)$$

Данная функция используется не только для оценки эффективности решения задачи раскроя в целом, но также для оценки всех локальных решений, получаемых правилами различных иерархических уровней базы знаний, описанных в пункте 3. Показатели, используемые в целевой функции (2) имеют следующую смысловую нагрузку:

η – известный усреднённый показатель плотности упаковки деталей на материале. Его значение ничего не говорит о внутренней структуре карты раскроя. Однако именно внутренняя структура, а не η , играет большую роль при поиске глобального максимума.

κ – показатель крупности характеризует отношение площади каждой детали к площади материала и даёт одно из представлений о детальном составе карты раскроя. Неудобные для раскроя детали – большие по площади и/или размерам, предпочтительно размещать на первых картах раскроя, что и отражено в целевой функции (1).

τ – показатель крупности характеризует отношение площади каждого остатка по отношению ко всей площади оставшегося после раскроя листа материала. Данный показатель несёт информацию о структуре оставшихся фрагментов после раскроя листа материала и характеризует возможность использования этих остатков в качестве материала для будущих раскроев. С другой стороны, показатель τ снимает неопределённость выбора между

решениями с равными η и κ , что особенно актуально для последней карты раскроя.

Задачи раскроя-упаковки выделены в отдельный класс NP-полных задач комбинаторной оптимизации, допускающих различное прикладное толкование. В данной работе дан краткий обзор методов оценки эффективности задач линейного, прямоугольного и гильотинного раскроя-упаковки. Все рассмотренные критерии оптимизации связаны с уменьшением трудоемкости выполнения технологической операции раскроя на имеющемся оборудовании и с сокращением затрат времени.

На сегодняшний день разработано большое количество методов решения задач раскроя-упаковки, поэтому необходима достоверная оценка данных методов для дальнейшего совершенствования и применения в практических целях на производстве.

ЛИТЕРАТУРА

1. Марков В.Н. База знаний для негильотинного раскроя-упаковки. // Информационные технологии, 2007. – №2
2. Валеева А.Ф. и др. Алгоритмы решения задачи плотной упаковки геометрических объектов // Принятие решений в условиях неопределенности: сб. ст. Уфа, 1996

REFERENCES

1. Markov V.N. Baza znaniy dlja negil'otinnogo raskroja-upakovki. // Informacionnyye tehnologii, 2007. – №2
2. Valeeva A.F. i dr. Algoritmy reshenija zadachi plotnoj upakovki geometricheskih ob#ektov // Prinjatie reshenij v uslovijah neopredelennosti: sb. st. Ufa, 1996

*PERFORMANCE CRITERIA METHODS FOR SOLVING CUTTING-PACKING
FLAT MATERIALS*

V.N. MARKOV, E.A. RUDENKO

*Kuban State Technological University,
2, Moskovskaya st., Krasnodar, Russian Federation, 350072*

This article describes the performance criteria cutting-packing problems. The article contains a description of the existing criteria for evaluating the effectiveness of the algorithms used for different types of tasks orthogonal cutting and packaging. The result is a prerequisite for further research in the field of evaluation methods for solving problems of this type.

Keywords: cutting, packaging, algorithms, efficiency, criteria.