

## ОПТИМИЗАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА АКСИАЛЬНОЙ КОНСТРУКЦИИ

**Б.К. ПОПОВ, О.Б. ПОПОВА, С.А. БОРИСЕНКО**

*Кубанский государственный технологический университет  
350072, Российская Федерация, г. Краснодар, ул. Московская, 2  
электронная почта: pbk47@mail.ru*

Приведена система выбора метода оптимизации, основанная на системе специальных вопросов. Данная система реализована в виде программы для ЭВМ «Оптимэль». С помощью указанной программы определён метод оптимизации – метод геометрического программирования, являющийся частным случаем нелинейного программирования. В настоящей работе приводится вывод упрощенной прямой программы для исследования оптимальной геометрии аксиального электродвигателя постоянного тока.

**Ключевые слова:** геометрическое программирование, прямая программа, двойственная программа, электродвигатель постоянного тока.

При создании и модернизации технических конструкций большую роль играют поисковые исследования, включающие в себя литературно-патентный обзор, изучение математических моделей предполагаемых конструкций, нахождение подходящих методов решения поставленной технической задачи, сравнение найденных методов решения, окончательный выбор метода решения.

Одним из основных этапов поискового исследования является оптимизация конструкции.

Выбор метода оптимизации – достаточно сложный процесс. Он требует обширных математических знаний и богатого опыта в области конструирования разрабатываемого устройства.

Сочетание указанных компетенций у разработчика новой техники может не оказаться. Это вызвано тем, что лавинообразно развиваются потребности в создании всё новых технических устройств. Поэтому необходимо создание специальных средств, облегчающих разработчику решение поставленной задачи.

Разработанная система выбора метода оптимизации [1 - 10] позволяет решать подобные задачи. В результате анализа процесса оптимизации [1] была разработана система вопросов, которые задаёт ЭВМ пользователю [2 - 6].

Также была проведена оптимизация структуры задаваемых вопросов [7 - 10]. А в [9, 10] изложена общая теория данного исследования. Используя программу «Оптимэль» [6], нами был определён наилучший метод оптимизации для электродвигателя постоянного тока аксиальной конструкции. Таким методом оказался метод геометрического программирования. Что соответствует исследовательской практике оптимизации электродвигателей [11]. Надо отметить, что метод геометрического программирования [12], является частным случаем нелинейного программирования.

В настоящей работе, с целью реализации рассмотренного подхода к оптимизации, рассмотрим оптимизацию электродвигателя постоянного тока аксиальной конструкции. Для этого осуществим вывод упрощенной прямой программы для исследования оптимальной геометрии аксиального электродвигателя постоянного тока.

Выведем основные уравнения, описывающие математическую модель рассматриваемой конструкции, которая включает в себя уравнение зависимости мощности электродвигателя от геометрических параметров и магнитных характеристик и уравнение теплового баланса. Остановимся на первом уравнении.

Известно, что мощность двигателя

$$P = M\Omega, \quad (1)$$

где  $M$  - электромагнитный момент;

$\Omega = 2\pi n$  - угловая скорость;

$n$  - частота вращения двигателя.

В соответствии с законом Ампера сила, действующая на элемент проводника  $dr$  в якоре

$$dF = BIdr, \quad (2)$$

где  $B$  - индукция в зазоре;

$I$  - ток в витке.

Интегрируя (2), получим момент, действующий на виток, расположенный на якоре

$$M = 2 \int_{r_1}^{r_2} B I r dr = (r_2^2 - r_1^2) B I, \quad (3)$$

где  $r_2$  и  $r_1$  - наружный и внутренний радиусы якоря, соответственно (см. рисунок).

Будем считать, что  $f$  – доля длины внутренней окружности ротора, занятая пазами. Тогда доля внутренней окружности, занятой зубцами, будет  $(1 - f)$ .

Учитывая, что поток  $\Phi$  входит через одну половину торцевой поверхности якоря  $\frac{1}{2} \pi (r_2^2 - r_1^2) (1 - f)$ , а через другую выходит, можно записать

$$\Phi = \frac{1}{2} \pi (r_2^2 - r_1^2) (1 - f) B. \quad (4)$$

Учитывая (1), (3), (4) и то, что количество витков равно  $w$ , выражение для мощности двигателя примет вид

$$P = \frac{4nIw\Phi}{(1-f)}. \quad (5)$$

Поток, выходя из зубцовой зоны, раздваивается и через спинку якоря проходит  $\frac{1}{2} \Phi$ . Отсюда следует

$$\Phi = 2Bl(r_2 - r_1). \quad (6)$$

Подставив (6) в (5), получим

$$P = \frac{8nBl(r_2 - r_1)Iw}{(1-f)}. \quad (7)$$

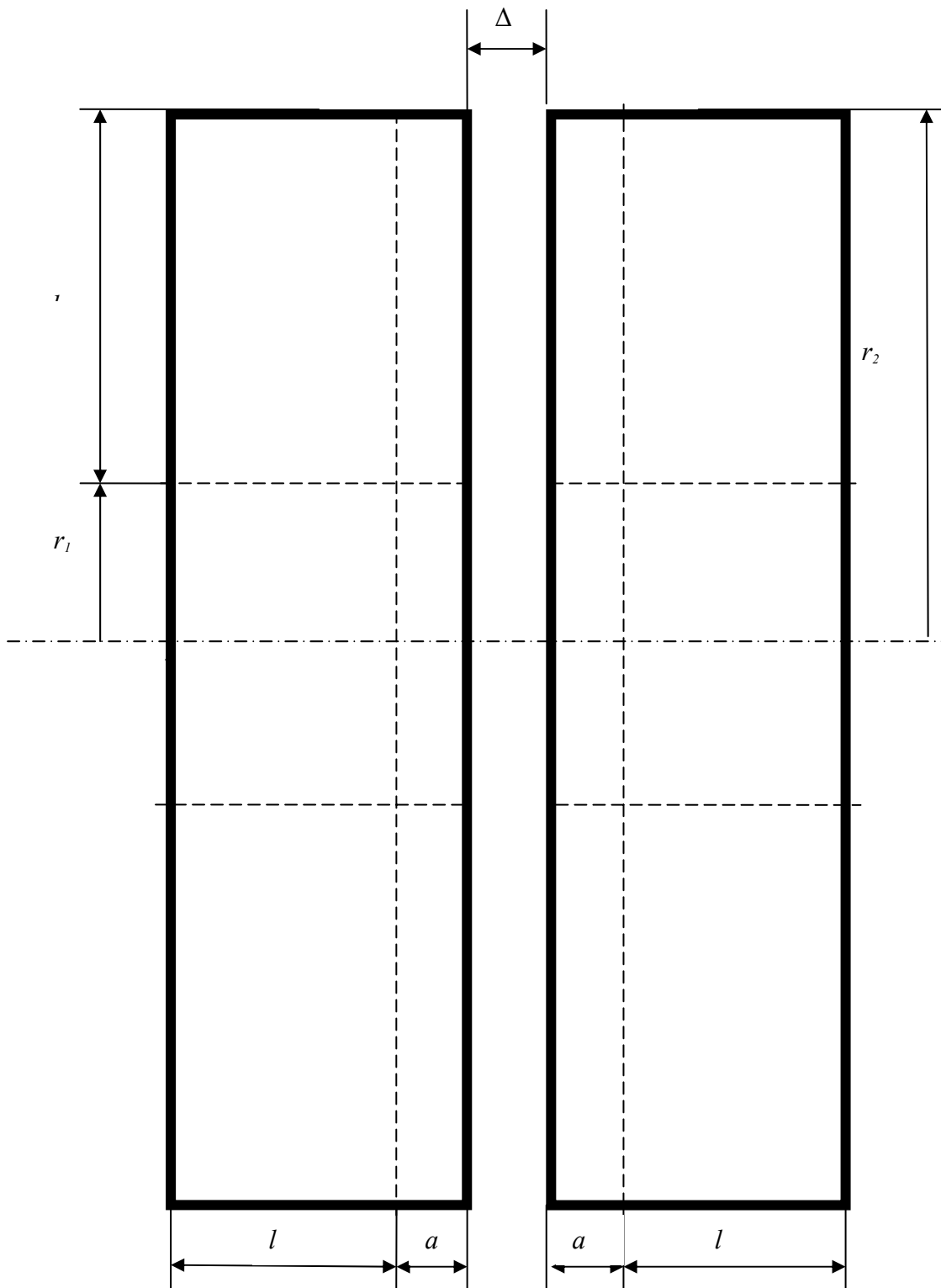


Рис 1. - Эскиз магнитной системы

Будем считать, что потери магнитодвижущей силы в магнитопроводе незначительны, и она вся расходуется на проведение потока  $\Phi$  через воздушный зазор  $\Delta$ . Тогда

$$Iw = \frac{B\Delta}{\mu_0}. \quad (8)$$

Если принять допущение, что поперечное сечение магнитопровода, сквозь которое проходит поток, везде одинаково, то

$$l = (1 - f)r_{\text{ср}}\pi/2, \quad (9)$$

где  $r_{\text{ср}} = \frac{1}{2}(r_2 + r_1).$  (10)

Введем новую переменную по формуле

$$d = r_2 - r_1. \quad (11)$$

Используя (7 – 11), получим окончательное выражение для мощности электродвигателя

$$P = \frac{4nB^2\pi\Delta}{\mu_0}r_{\text{ср}}d. \quad (12)$$

Выведем уравнения, описывающие тепловой баланс электродвигателя.

Площадь поперечного сечения всех катушек якоря и статора

$$S_0 = 4\pi fr_1 a. \quad (13)$$

Будем для упрощения считать, что количество ампер-витков ротора и статора одинаково. Так как количество витков в роторе  $w$ , то в пазах будет расположено  $2w$  проводников. Учитывая принятое допущение, площадь сечения одного проводника

$$S_{\text{пр}} = \frac{S_0}{4w}. \quad (14)$$

Длина всего провода

$$l_{\text{пр}} = 4(r_2 - r_1)w. \quad (15)$$

Из выражений (13 – 15) получим сопротивление всех обмоток

$$R = \rho \frac{l_{\text{пр}}}{S_{\text{пр}}} = 4\rho \frac{(r_2 - r_1)w^2}{\pi fr_1 a}. \quad (16)$$

Используя закон Джоуля-Ленца и выражение (16), получим мощность тепловых потерь

$$P_{ТП} = I^2 R = \frac{4\rho}{\pi f} (Iw)^2 \frac{(r_2 - r_1)}{r_1 a}. \quad (17)$$

Для средних значений температуры электродвигателя мощность теплового излучения можно определить по закону Ньютона

$$P_{ТИ} = k_T 2\pi (r_2^2 - r_1^2) \Delta T, \quad (18)$$

где  $\Delta T$  - разность температур между поверхностью электродвигателя и окружающей средой.

При установившемся тепловом режиме выражения (18) и (17) связаны соотношением

$$P_{ТП} = P_{ТИ}. \quad (19)$$

Из выражений (10) и (11) следует, что

$$r_{ср} = r_1 + d/2. \quad (20)$$

Общий объем электродвигателя

$$V = \pi (r_2^2 - r_1^2) (2l + 2a), \quad (21)$$

Рассмотрим одну из оптимизационных задач, а именно задачу минимизации суммарного объема активных материалов электродвигателя.

Учитывая выражения (8) – (12), (17) – (21), можно сформулировать прямую программу геометрического программирования [12] для рассматриваемой конструкции:

Минимизировать объем активных материалов

$$(2\pi^2(1-f))r_{ср}d + (4\pi)r_{ср}da. \quad (22)$$

При ограничениях

$$\frac{r_1}{r_{ср}} + \frac{1}{2} \frac{d}{r_{ср}} \leq 1, \quad (23)$$

$$\frac{\rho(B\Delta)^2}{(\pi\mu_0)fk_T\Delta T} \frac{1}{r_1 r_{ср} a} \leq 1, \quad (24)$$

$$\frac{P\mu_0}{4nB^2\Delta} \frac{1}{r_1 r_{ср} d} \leq 1, \quad (25)$$

В данной задаче четыре переменных  $r_1, r_{cp}, d, a$  и шесть членов-позиномов, степень трудности равна единице.

Прямой программе (22) – (25) соответствует двойственная программа

$$\max V(\bar{\delta}) = \left( \frac{2\pi(1-f)}{\delta_1} \right)^{\delta_1} \left( \frac{4\pi}{\delta_2} \right)^{\delta_2} \left( \frac{1}{\delta_3} \right)^{\delta_3} \left( \frac{1}{2\delta_4} \right)^{\delta_4} \left( \frac{\rho}{fk_T \Delta T} \frac{B\Delta}{\mu_0 \pi} \right)^{\delta_5} \times \left( \frac{\rho \mu_0}{4\pi n B^2 \Delta} \right)^{\delta_6} (\delta_3 + \delta_4)^{(\delta_3 + \delta_4)} \quad (26)$$

При условиях

$$\delta_i > 0, \quad (27)$$

$$\delta_1 + \delta_2 = 0, \quad (28)$$

$$2\delta_1 + \delta_2 - \delta_3 - \delta_4 - \delta_5 - \delta_6 = 0, \quad (29)$$

$$\delta_1 + \delta_2 - \delta_4 - \delta_6 = 0, \quad (30)$$

$$\delta_3 - \delta_5 = 0, \quad (31)$$

$$\delta_2 - \delta_5 = 0, \quad (32)$$

где  $\delta_i$  - двойственная переменная.

Решая неполную систему уравнений (28) – (32), находим общее решение двойственных ограничений

$$\bar{\delta} = \bar{b}^{(0)} + r\bar{b}^{(1)}, \quad (33)$$

где  $\bar{b}^{(0)}$  - вектор нормализации  $|0, 1, 1, -1, 1, 0|^T$ ;

$\bar{b}^{(1)}$  - вектор невязки  $|2/3, -2/3, -2/3, 1, -2/3, 1|^T$ ;

$r$  - базисная переменная.

Вектор  $\bar{\delta}$  удовлетворяет условию неотрицательности (27) при значении базисной переменной

$$1 < r < 1,5. \quad (34)$$

Используя выражения (26) – (34) и методы, изложенные в [12], можно определить оптимальные геометрические размеры аксиального электродвигателя постоянного тока заданной мощности при минимуме затрат активных материалов.

Так, например, для электродвигателя мощностью 5 кВт ( $\Delta T = 80^\circ \text{C}$ ,  $B = 0,55 \text{ Тл}$ ) минимальный объем активных материалов  $0,0155 \text{ м}^3$  при  $r_2 = 0,196 \text{ м}$ ,  $r_1 = 0,045 \text{ м}$ ,  $a = 0,012 \text{ м}$ ,  $l = 0,050 \text{ м}$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Попова О.Б., Попов Б.К. Анализ процесса оптимизации. Определение понятий. Деп. В ВИНТИ 22.03.2012, № 111 – В2012.

2. Попова О.Б., Попов Б.К. Связи в исследуемой системе процесса оптимизации. Деп. В ВИНТИ 22.03.2012, № 112 – В2012.

3. Попова О.Б., Попов Б.К. Тестовая программа, ведущая отладку системы вопросов и ответов. СВИДЕТЕЛЬСТВО об официальной регистрации программы для ЭВМ №2012615865, 27.06.12.

4. Попова О.Б., Попов Б.К. Искусственное моделирование системы вопросов и ответов. СВИДЕТЕЛЬСТВО об официальной регистрации программы для ЭВМ №2012615866, 27.06.12.

5. Попова О.Б., Попов Б.К. DoItByYourProgram. СВИДЕТЕЛЬСТВО об официальной регистрации программы для ЭВМ №2012615867, 27.06.12

6. Попова О.Б., Попов Б.К. Оптимэль. СВИДЕТЕЛЬСТВО об официальной регистрации программы для ЭВМ №2012615868, 27.06.12.

7. Попова О.Б., Попов Б.К. Замена реальной системы (процесс выбора метода оптимизации) на техническую систему (программа-советчик «Оптимэль»). Современные проблемы науки и образования, – 2012. – №5.

8. Попова О.Б., Попов Б.К. Применение технической системы процесса выбора метода оптимизации. Современные проблемы науки и образования, – 2012. – №6.

9. Попова О.Б., Попов Б.К., Ключко В.И. Системный анализ процесса выбора метода оптимизации информационной системы: монография. ФГБОУ ВПО «КубГТУ». – Краснодар: Издательский Дом – Юг, 2012

10. Попова О.Б., Попов Б.К., Ключко В.И. Бинарное дерево выбора знания из области знания, используя систему вопросов и ответов. Теория и



практика: монография. ФГБОУ ВПО «КубГТУ». – Краснодар: Издательский Дом – Юг, 2013

11. Копылов И.П. Применение вычислительных машин в инженерно-экономических расчетах. – М.: Высшая школа, 1980.

12. Даффин Р., Питерсон Э., Зенер К., Геометрическое программирование. – М.: Мир, 1972.

#### REFERENCES

1. Popova O.B., Popov B.K. Analiz processa optimizacii. Opredelenie ponyatij. Dep. V VINITI 22.03.2012, № 111 – V2012.

2. Popova O.B., Popov B.K. Svyazi v issleduemoj sisteme processa optimizacii. Dep. V VINITI 22.03.2012, № 112 – V2012.

3. Popova O.B., Popov B.K. Testovaya programma, vedushchaya otladku sistemy voprosov i otvetov. SVIDETEL'STVO ob oficial'noj registracii programmy dlya EHVM №2012615865, 27.06.12.

4. Popova O.B., Popov B.K. Iskusstvennoe modelirovanie sistemy voprosov i otvetov. SVIDETEL'STVO ob oficial'noj registracii programmy dlya EHVM №2012615866, 27.06.12.

5. Popova O.B., Popov B.K. DoItByYourProgram. SVIDETEL'STVO ob oficial'noj registracii programmy dlya EHVM №2012615867, 27.06.12

6. Popova O.B., Popov B.K. Optimehl'. SVIDETEL'STVO ob oficial'noj registracii programmy dlya EHVM №2012615868, 27.06.12.

7. Popova O.B., Popov B.K. Zamena real'noj sistemy (process vybora metoda optimizacii) na tekhnicheskuyu sistemu (programma-sovetchik «Optimehl'). Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya, – 2012. – №5.

8. Popova O.B., Popov B.K. Primenenie tekhnicheskoy sistemy processa vybora metoda optimizacii. Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya, – 2012. – №6.

9. Popova O.B., Popov B.K., Klyuchko V.I. Sistemnyj analiz processa vybora metoda optimizacii informacionnoj sistemy: monografiya. FGBOU VPO «KubGTU». – Краснодар: Izdatel'skij Dom – YUg, 2012

10. Popova O.B., Popov B.K., Klyuchko V.I. Binarnoe derevo vybora znaniya iz oblasti znaniya, ispol'zuya sistemu voprosov i otvetov. Teoriya i praktika: monografiya. FGBOU VPO «KubGTU». – Krasnodar: Izdatel'skij Dom – YUg, 2013

11. Kopylov I.P. Primenenie vychislitel'nyh mashin v inzhenerno-ekonomicheskikh raschetah. – M.: Vysshaya shkola, 1980.

12. Daffin R., Piterson E.H., Zener K., Geometricheskoe programmirovaniye. – M.: Mir, 1972.

*OPTIMIZATION OF THE GEOMETRICAL PARAMETERS OF THE DC MOTOR OF AXIAL DESIGN*

**B.K. POPOV, O.B. POPOVA, S.A. BORISENKO**

*Kuban State Technological University,  
2, Moskovskaya st., Krasnodar, Russian Federation, 350072,  
e-mail: pbk47@mail.*

A system for selecting an optimization method based on a system of special questions is given. This system is implemented in the form of programs for the computer "Optimel". With the help of the last program, the optimization method is defined - the method of geometric programming, which is a special case of non-linear programming. In this paper we present simplified methods for studying the geometry of an axial DC electric motor.

**Key words:** Geometric programming, direct program, dual program, DC motor.