

*МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЗМЕНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В
БИОРЕАКТОРЕ В ПРОЦЕССЕ КОМПСТИРОВАНИЯ*

Д. Л. ПИОТРОВСКИЙ, Л.А. ПОСМИТНАЯ, У.В. ДРУЖИНИНА

*Кубанский государственный технологический университет,
350072, Российская Федерация, г. Краснодар, ул. Московская, 2,
электронная почта: piotrovsky2005@yandex.ru*

В статье рассмотрены вопросы математического моделирования процесса компстирования в биореакторе. В качестве исследуемого контура выбран канал управления «подача горячей воды в терморубашку – температура субстрата в биореакторе». Статья подготовлена в рамках выполнения научного проекта 16-48-230441 а(р) «Математическое моделирование процессов, протекающих в автоматизированной установке для круглогодичного производства органических удобрений в условиях Краснодарского края», финансируемого РФФИ и администрацией Краснодарского края.

Ключевые слова: производство компоста; биореактор; канал управления, математическая модель

Исходным уравнением для получения модели по каналу «подача горячей воды в терморубашку – температура субстрата в биореакторе» является уравнение теплового баланса без учета тепловых потерь, которое имеет вид:

$$(G_1 c_g (T_{1ex} - T_{1вых})) dt = (m_k c_k + m_б c_б) dT_k, \quad (1)$$

где G_1 - массовый расход горячей воды через клапан в терморубашку биореактора, кг/ч;

c_g - удельная теплоемкость воды, Дж/(°С·кг);

T_{1ex} - температура воды, поступающей в терморубашку биореактора, °С;

$T_{1вых}$ - температура воды, покидающей терморубашку биореактора, °С;

m_k - масса компоста в биореакторе, кг;

c_k - удельная теплоемкость компоста, Дж/(°С·кг);

$m_б$ - масса корпуса биореактора, кг;

$c_б$ - удельная теплоемкость корпуса биореактора, Дж/(°С·кг);

dT_k - приращение температуры субстрата в биореакторе за время dt , °С/ч.

Поскольку в активной фазе процесса компостирования наблюдается экзотермический процесс, выражение (1) необходимо дополнить слагаемым, описывающим микробиологическую составляющую изменения энтальпии. Согласно модели, предложенной Хоуг [1], тепловыделение при разложении органического вещества пропорционально уменьшению массы питательных компонентов субстрата:

$$\frac{dQ_{\text{био}}}{dt} = h \frac{dM_{\text{OB}}}{dt}, \quad (2)$$

где $Q_{\text{био}}$ - количество теплоты, выделяемое в результате микробиологического метаболизма, Дж/ч;

M_{OB} – масса органического вещества в составе субстрата, кг;

h – коэффициент пропорциональности, Дж/кг.

Согласно математической модели процесса компостирования, разработанной МакДональдом [2], кинетическое уравнение скорости реакции описывается следующим соотношением:

$$\frac{dM_{\text{OB}}}{dt} = -k_T M_{\text{OB}}, \quad (3)$$

где k_T – коэффициент скорости реакции.

Рост микроорганизмов определяется температурой, влажностью субстрата, концентрацией кислорода в газовой среде биореактора и пр [3]. При стабилизации основных параметров процесса компостирования системой управления на уровне, обеспечивающем наилучшие условия протекания процесса, ключевым фактором биологической активности становится температура [1], что выражается следующим уравнением:

$$k_T = 0.000525(1.066^{(T-20)} - 1.21^{(T-60)}). \quad (4)$$

Объединяя (1) – (4), получаем:

$$\frac{dT_k}{dt} (m_k c_k + m_o c_o) = G_1 c_g (T_{\text{лвх}} - T_{\text{лвх}}) + h f_T(T_k) M_{\text{OB}}, \quad (5)$$

где $f_T(T_k) = 0.000525(1.066^{(T_k-20)} - 1.21^{(T_k-60)})$ – функция, описывающая зависимость активности биохимических процессов [4].

Принимая импульсное управление подачей воды в теплообменную рубашку биореактора получим, что расход горячей воды в общем виде определяется выражением:

$$G_1(t) = G_{1\max} Y_1(t), \quad (6)$$

где $G_1(t)$ - массовый расход горячей воды через регулирующий орган, кг/ч;

$G_{1\max}$ - массовый расход горячей воды при полностью открытом регулирующем органе, кг/ч;

$Y_1(t)$ - сигнал управления исполнительным механизмом регулирующего органа, причем $Y_1(t) \in \{0;1\}$.

Объединяя (5) и (6), получаем окончательное выражение для математической модели объекта по каналу «подача горячей воды в терморубашку – изменение температуры компоста»:

$$\frac{dT_k}{dt} (m_k c_k + m_o c_o) = G_{1\max} Y_1(t) c_o (T_{1ex} - T_{1vix}) + hf_T(T_k) M_{OB}. \quad (7)$$

Аналогично построению модели по каналу «подача горячей воды в терморубашку – температура компоста», получаем для подачи холодной воды:

$$(G_2 c_o (T_{2ex} - T_{2vix})) dt = (m_k c_k + m_o c_o) dT_k \quad (8)$$

где G_2 - массовый расход холодной воды через клапан в терморубашку биореактора, кг/ч;

T_{2ex} - температура воды, поступающей в терморубашку биореактора, °С;

T_{2vix} - температура воды, покидающей терморубашку биореактора, °С.

Тепловыделение в результате экзотермической реакцией, обусловленной метаболизмом микроорганизмов, не изменяется. Тогда выражение (8) для данного случая примет вид:

$$\frac{dT_k}{dt} (m_k c_k + m_o c_o) = G_2 c_o (T_{2ex} - T_{2vix}) + hf_T(T_k) M_{OB} \quad (9)$$

Аналогично (6), имеем выражение для $G_2(t)$:

$$G_2(t) = G_{2\max} Y_2(t), \quad (10)$$

где $G_2(t)$ - массовый расход холодной воды через регулирующий орган, кг/ч;

$G_{2\max}$ - массовый расход холодной воды при открытом регулирующем органе, кг/ч;

$Y_2(t)$ - сигнал управления исполнительным механизмом регулирующего органа.

Объединяя (9) и (10), получаем выражение для математической модели по каналу «подача холодной воды в терморубашку – изменение температуры компоста»:

$$\frac{dT_k}{dt}(m_k c_k + m_o c_o) = G_{2\max} Y_2(t) c_o (T_{2ax} - T_{2вых}) + hf_T(T_k) M_{OB}. \quad (11)$$

Данная статья подготовлена в рамках выполнения научного проекта 16-48-230441 а(р) «Математическое моделирование процессов, протекающих в автоматизированной установке для круглогодичного производства органических удобрений в условиях Краснодарского края», финансируемого РФФИ и администрацией Краснодарского края.

ЛИТЕРАТУРА

1. Haug, R.T. The Practical Handbook of Compost Engineering. 2nd edition. / R.T. Haug - Boca Raton: Lewis Publishers, 1993. – 512 p.
2. MacDonald, L. Physical and Mathematical Modelling of the Composting Process / L. MacDonald - University of Guelph, 1995.
3. Пиотровский Д.Л. Теоретические основы построения автоматических систем управления процессами производства органических компостов: диссертация ... доктора технических наук: 05.13.06 . - Краснодар, 2007
4. Московец А.Л. Постановка задачи и анализ оптимального управления процессом компостирования/ А.Л.Московец, С.В.Усатиков, Д.Л.Пиотровский // депонированная рукопись № 1926-В2004. - 06.12.2004

REFERENCES

1. Haug, R.T. The Practical Handbook of Compost Engineering. 2nd edition. / R.T. Haug - Boca Raton: Lewis Publishers, 1993. – 512 p.
2. MacDonald, L. Physical and Mathematical Modelling of the Composting Process / L. MacDonald - University of Guelph, 1995.

3. Piotrovskij D.L. Teoreticheskie osnovy postroenija avtomaticheskikh sistem upravlenija processami proizvodstva organicheskikh kompostov: dissertacija ... doktora tehniceskikh nauk: 05.13.06 . - Krasnodar, 2007

4. Moskovec A.L. Postanovka zadachi i analiz optimal'nogo upravlenija processom kompostirovanija/ A.L.Moskovec, S.V.Usatkov, D.L.Piotrovskij // deponirovannaja rukopis' № 1926-B2004. - 06.12.2004

MATHEMATICAL MODEL OF TEMPERATURE CHANGES IN THE BIOREACTOR DURING THE COMPOSTING PROCESS

D.L. PIOTROVSKY, L.A. POSMITNAYA, U.V. DRUZHININA

*Kuban State Technological University,
2, Moskovskaya st., Krasnodar, Russian Federation, 350072,
e-mail: piotrovsky2005@yandex.ru*

In the article the questions of mathematical modeling of the process of composting in the bioreactor. As a study outline of the selected channel control the supply of hot water in reactor – the temperature of the substrate in the bioreactor". This article was prepared in the framework of the scientific project 16-48-230441 a(r) "Mathematical modeling of the processes occurring in the automated installation for year-round production of organic fertilizers in the conditions of Krasnodar region", financed by RFBR and administration of Krasnodar region.

Key words: composting; bioreactor; channel management, mathematical model.