УДК 004.942

ОПИСАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ ДИСКРЕТНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ

А.В. ВЛАСЕНКО, А.А. ЖДАНОВ

Кубанский государственный технологический университет
350072, Российская Федерация, г. Краснодар, ул. Московская 2;
электронная почта: zhdanovandrey234@mail.ru

В статье рассматривается проблемы прогнозирования динамики системы по порождаемому ей временному ряду. Для линейных систем характерен принцип «результат пропорционален усилиям», а также допущение того, что однотипные процессы под воздействием сходных факторов будут вести себя одинаково, что приводит к неэффективности использования линейных методов для исследования нестационарных временных рядов. В качестве одного из способов описания динамики нелинейной системы предложены дискретные временные ряды или отображения. В частности, скорость бурения нефтяных и газовых скважин может рассматриваться как такой ряд, где каждое следующее значение зависит от предыдущего. Основным параметром при этом выступает техническая скорость бурения. Сначала при ее увеличении коммерческая скорость бурения растет, но при превышении некоторого порога возникают различные колебания, затем ее поведение еще более усложняется и может даже стать хаотическим.

Ключевые слова: прогнозирование, нелинейный временной ряд, дискретное отображение, техническая скорость бурения, коммерческая скорость бурения.

С точки зрения математики временные ряды есть не что иное, как числовые последовательности. Временные ряды естественным образом возникают в экспериментах, как натурных, так и численных. Для многих приложений естественны дискретные ряды [1].

Можно ли при этом прогнозировать динамику изучаемой системы по порождаемому временному ряду и на основе этого предложить модель? Для этого нужно иметь не просто дискретную переменную, а некоторый закон эволюции, которому она подчиняется [1].

Уравнение относительно дискретной переменной можно изучать математическими (или компьютерными) методами и тем самым получать информацию о самой исходной системе. Такие уравнения называют разностными уравнениями или отображениями.

Будем отслеживать некоторую переменную $x(t)$ через равные промежутки времени τ и составим последовательность (временной ряд) следующим образом [1]:

$$x(t) = y_1,$$
$$x(t+\tau) = y_2, \dots,$$
$$x(t+(n-1)\tau) = y_n, \dots \quad (1)$$

Допустим, что динамика исходной рассматриваемой системы описывается одним дифференциальным уравнением первого порядка. Тогда эта последовательность будет определяться единственным начальным значением y_1, а все остальные y_n, где $n > 1$, будут функционально зависеть от него [1]:

$$y_2 = f(y_1),$$
$$y_3 = f(f(y_1)), \dots. \quad (2)$$

Предположим, что для описания моделируемой системы требуется не одно, а два дифференциальных уравнения первого порядка. Тогда точки y_n не будут ложиться на линию, а будут разбросаны по плоскости (y_{n+1}, y_n). Тогда для задания последовательности y_n недостаточно только значения y_1, необходимо также y_2. В этом случае $y_{n+1} = f(y_{n-1}, y_n)$ [1].

В общем случае, если размерность системы равна k, то для k последовательных значений $y_n, y_{n-1}, \dots, y_{n-k+1}$ можно однозначно восстановить по ним следующее значение y_{n+1}. Иными словами, должна существовать некоторая функция f [1]:

$$y_{n+1} = f(y_n, y_{n-1}, \dots, y_{n-k+1}). \quad (3)$$

Таким образом, в общем виде одномерное дискретное отображение для описания временного ряда задается соотношением:

$$x_{n+1} = f(x_n) \quad (4)$$

Дискретное отображение (4) является простейшим примером динамической системы, что означает: отображение (4) по заданному начальному значению x_1 позволяет определить аналогично выражениям (1) и (2) все последующие значения переменной: x_2, x_3 и т.д.

Рассмотрим нелинейные динамические системы, допускающие описание с помощью дискретного временного ряда или отображения.

Заметим, что линейность в анализе и прогнозировании временных рядов означает поиск наиболее значимых, сильных факторов, тогда как слабые факторы в основном исключаются из анализа или рассматриваются как флуктуации. Для линейных систем характерен принцип «результат пропорционален усилиям», а также допущение того, что однотипные процессы под воздействием сходных факторов будут вести себя одинаково. Для исследования нестационарных временных рядов линейные методы неэффективны. Прежде всего, линейный подход не учитывает меру необходимого изменения сильного фактора, до каких пределов вообще может вырасти такой фактор, как будет влиять этот фактор на поведение системы тогда, когда он достигнет возможных ограничений или даже выйдет за их пределы, будет ли сохраняться значимость фактора по мере его роста. Может оказаться так, что в системе неожиданно резко возрастет роль другого фактора. Тогда необходимо понять, почему и в каких условиях это может произойти [2].

Роль некоторого фактора α может действительно быть ничтожно малой в условиях стабильности динамической системы. Если же система накопила значительные противоречия и находится в так называемой точке бифуркации, именно этот малый фактор может стать той причиной, которая может вывести системные противоречия наружу, приведя к «большим» катастрофическим последствиям.

Наконец, линейный подход ограничивает нас в изучении корреляции нестационарных рядов, т.е. в понимании того, в какой степени система «помнит» свое прошлое, насколько быстро устаревает его значимость для развития в текущий момент.

Под нелинейностью понимается свойство процесса или системы иметь в своей структуре различные стационарные состояния, соответствующие различным допустимым законам поведения. Всякий раз, когда поведение таких объектов удается выразить системой уравнений, эти уравнения оказываются нелинейными в математическом смысле. Математическим объектам с таким свойством соответствует возникновение спектра решений вместо одного единственного решения системы уравнений, описывающих поведение системы. В таком случае надо полагать, что в нелинейной системе есть и спектр потенциальных возможностей развития и не единственное стационарное состояние. Каждое решение из этого спектра характеризует возможный способ поведения системы.

В нелинейной системе в разное время, при разных внешних воздействиях ее поведение определяется различными законами, то есть, процессы, описывающие поведение такой системы при разных воздействиях принципиально отличаются. Это создает феномен сложного и разнообразного поведения, не укладывающегося в единственную аналитическую схему. Эволюция нелинейной системы и ее развитие сложны и неоднозначны, потому что внешние или внутренние воздействия могут вызвать отклонения такой системы от ее стационарного состояния в любом направлении. Кроме того, одно и то же стационарное состояние такой системы при одних условиях устойчиво (процесс попадает в точку равновесия), а при других – неустойчиво (процесс не равновесен). Для нелинейных процессов возможен также переход в другое стационарное состояние [2].

При построении нелинейной модели нестационарных временных рядов необходимо учитывать следующие положения нелинейной парадигмы [2]:

1. Один и тот же процесс, описываемый временным рядом, может развиваться по принципиально разным траекториям в зависимости от типа динамики («аттрактора»). Сменив аттрактор, процесс начнет развиваться по иным закономерностям. Воздействие одного и того же фактора в разных динамических режимах дает разные последствия для одной и той же системы.

2. Степень ресурсных ограничений может внести существенные отличия в развитие процессов. Пример: ряд с более высоким темпом прироста, на первый взгляд, должен иметь и более благоприятные перспективы для

дальнейшего развития. На самом деле, такие темпы могут обернуться исчерпанностью ресурсов и последующей стагнацией.

3. Нелинейность процессов, описываемых временными рядами, непосредственно отражается на горизонте прогноза. В ряде случаев процесс подвержен влиянию прошлого, а в других случаях предыдущие состояния теряют свою актуальность для целей прогноза.

4. Воздействие «малых факторов» в определенных условиях может привести к «большим последствиям» и вызвать значительный резонанс.

Временной ряд можно рассматривать как процесс, прежде всего, динамическую характеристику изучаемого объекта или системы, а также как вид движения, трансформации или эволюции в течение определенного времени [2], модификацию количественных или качественных характеристик объекта (например, нефтегазовой скважины). Временной ряд в таком аспекте можно определить как последовательную смену состояний объекта (скважины).

Рассматриваемые процессы часто разворачиваются в условиях ограниченной ресурсной ниши, в которой игроки стремятся занять наиболее выгодное положение, в том числе путем вытеснения и поглощения своих конкурентов или путем расширения самой ниши. При этом под ресурсами можно понимать самый широкий спектр: начиная от экономических ресурсов (средства производства, природные ресурсы, финансовый капитал, рынки сбыта и т.п.) и заканчивая ресурсами «символическими» – поддержка той или иной идеи, бренда, точки зрения и т.п [2].

Различают детерминированные (строго определенные) и стохастические (случайные) процессы, а также стационарные (рисунок 1) и нестационарные (рисунок 2) временные ряды [3].

Рисунок 1 – Стационарный ряд

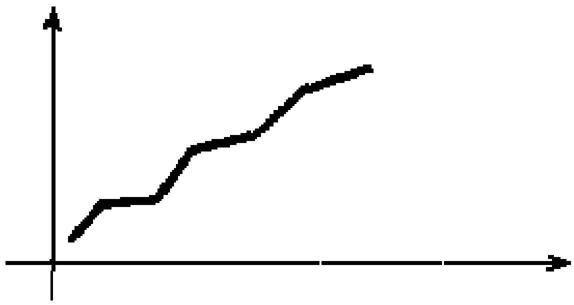

Рисунок 2 – Нестационарный ряд

В нелинейных процессах, даже при строгом и четком описании (детерминированности процесса) есть режимы, когда точное предсказание значений процесса невозможно. В таком режиме детерминированные нелинейные процессы ведут себя хаотически – значения процесса никогда не повторяются и принимают любые значения из определенной области. Такие режимы называют «динамическим хаосом». Аналогично можно ожидать областей нестационарного поведения стационарных рядов, описываемых соответствующими нелинейными моделями [2].

Условие ограниченности ресурсов приводит к тому, что даже изначально линейный процесс, подходя к границам какого-либо ресурса, уже не может развиваться линейно, потому что для многих ресурсов выйти за границы ресурсных ограничений невозможно. Для других ресурсов в качестве платы за выход из рациональных ресурсных границ кардинально меняется структура процесса. Для анализа процесса оказывается значимым одновременное использование нескольких ресурсов а, иногда, преобразование одного в другой.

Дополнительным фактором, приводящим к нелинейностям, является неизбежная конкуренция за ресурсы [2].

Использование временных рядов для анализа различных объектов и систем оказывается возможным, потому что процессы в этих системах развиваются во времени. Важно, что время само может быть ограниченным ресурсом.

Различают два типа ограничений. Жесткие ограничения – такие границы, выход за пределы которых невозможен ни при каких условиях. Мягкие ограничения – границы, выход за которые возможен при условии изменения параметров процесса [2]. Будем рассматривать процессы, развивающиеся именно в условиях нежестких ограничений, обращая особое внимание на изучение их возможной динамики в зависимости от нарушения этих границ.

Будем рассматривать диссипативные системы, взаимодействующие с окружающей средой, оказывающие на нее влияние и в той или иной степени восприимчивые к импульсам и воздействиям среды. Само взаимодействие конкретного процесса с окружающей средой может принимать разный характер: расходование ресурсов, получение новых ресурсов, информационный обмен, изменение внешней среды и многое другое [4].

Таким образом, мы будем рассматривать дискретные временные ряды, которые можно представить как отображения [5]. Это значит, что каждое последующее значение выражается через предыдущее:

$$x_n = x(t_n),$$

$$x(t_{n+1}) = x_{n+1} = f(x_n) + \varepsilon_n, \tag{5}$$

где ε_n – случайная составляющая или ошибка модели.

В частности, скорость бурения нефтяных и газовых скважин может рассматриваться как такой ряд, где каждое следующее значение зависит от предыдущего. Основным параметром при этом выступает техническая скорость бурения. Сначала при ее увеличении коммерческая скорость растет, но при превышении некоторого порога, система всё чаще переходит в критические состояния, для которых характерен рост количества и тяжести инцидентов, браков в работе, осложнений, простоев, а также различных поломок оборудования. Коммерческая скорость при этом начинает колебаться, затем ее поведение еще более усложняется, и может даже стать хаотическим.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лоскутов А.Ю. Анализ временных рядов: курс лекций. Режим доступа: http://chaos.phys.msu.ru/loskutov/PDF/Lectures_time_series_analysis.pdf (дата обращения 20.02.2017).

2. Полунин Ю.А., Тимофеев И.Н. Нелинейные политические процессы / Ю.А. Полунин, И.Н. Тимофеев. – М.: МГИМО-Университет, 2009 – 204 с.

3. А.Ю.Лоскутов, О.Л.Котляров, И.А.Истомин, Д.И.Журавлев. Проблемы нелинейной динамики. III. Локальные методы прогнозирования временных рядов. – Вестн. Моск. ун-та, сер. Физ.-астр., 2002, № 6, с. 3–21.

4. А.Ю. Лоскутов, А.С. Михайлов. Основы теории сложных систем. – М. – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2007. – 620 с.

5. А.Ю.Лоскутов. Очарование хаоса. – Успехи физ. наук, 2010, т. 180, №12, с. 1305–1329.

REFERENCES

1. Loskutov A.YU. Analiz vremennykh ryadov: kurs lektsij. Rezhim dostupa: http://chaos.phys.msu.ru/loskutov/PDF/Lectures_time_series_analysis.pdf (data obrashcheniya 20.02.2017).

2. Polunin YU.A., Timofeev I.N. Nelinejnye politicheskie processy / YU.A. Polunin, I.N. Timofeev. – M.: MGIMO-Universitet, 2009 – 204 s.

3. A.YU.Loskutov, O.L.Kotlyarov, I.A.Istomin, D.I.Zhuravlev. Problemy nelinejnoj dinamiki. III. Lokal'nye metody prognozirovaniya vremennykh ryadov. – Vestn. Mosk. un-ta, ser. Fiz.-astr., 2002, № 6, s. 3–21.

4. A.YU. Loskutov, A.S. Mikhajlov. Osnovy teorii slozhnykh sistem. – M. – Izhevsk: Institut komp'yuternykh issledovanij, 2007. – 620 s.

5. A.YU.Loskutov. Ocharovanie khaosa. – Uspekhi fiz. nauk, 2010, t. 180, №12, s. 1305–1329.

DESCRIPTION OF NONLINEAR DYNAMIC SYSTEMS BY DISCRETE MAPPING

A.V. VLASENKO, A.A. ZHDANOV

Kuban State Technological University.
2, Moskovskaya st., Krasnodar, Russian Federation, 350072,
e-mail: zhdanovandrey234@mail.ru

The article considers the problems of forecasting the dynamics of the system from the time series generated by it. For linear systems, the principle «the result is proportional to the effort» is characteristic, as well as the assumption that similar processes under the influence of similar factors will behave identically, which leads to inefficient use of linear methods for the study of nonstationary time series. As one of the ways to describe the dynamics of a nonlinear system, discrete time series or mappings are proposed. In particular, the drilling speed of oil and gas wells can be considered as such a series, where each next value depends on the previous one. The main parameter in that case is the technical drilling speed. First, as it increases, the overall drilling speed increases, but when a certain threshold is exceeded, various oscillations arise, then its behavior becomes even more complicated and may even become chaotic.
Key words: forecasting, nonlinear time series, discrete mapping, technical drilling speed, overall drilling speed.