

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОПТИМАЛЬНОЙ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ
ВТОРОГО ВИДА ДИАГРАММЫ ДЛЯ МАЛЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ
ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО ОРГАНА ЭЛЕКТРОПРИВОДА ПОСТОЯННОГО ТОКА
С ЗАВИСЯЩИМ ОТ СКОРОСТИ МОМЕНТОМ СОПРОТИВЛЕНИЯ**

Ю.П. ДОБРОБАБА, Г.А. КОШКИН, Н.Я. ПРОХОРЕНКО

*Кубанский государственный технологический университет,
350002, Российская Федерация, г. Краснодар, ул. Московская, 2;
электронная почта: nicita_ximik@mail.ru*

Оптимальная по быстродействию диаграмма для малых перемещений исполнительного органа электропривода постоянного тока с зависящим от скорости моментом сопротивления состоит из трёх этапов. Определены аналитические зависимости контролируемых координат электропривода постоянного тока с зависящим от скорости моментом сопротивления, который совершает малые перемещения своего исполнительного органа в соответствии с оптимальной по быстродействию диаграммой второго вида (характеристическое уравнение системы имеет один нулевой корень и два отрицательных равных по величине корня). Получены три уравнения, при совместном решении которых определяются длительности трёх этапов перемещения исполнительного органа электропривода постоянного тока с зависящим от скорости моментом сопротивления. Установлена область существования оптимальной по быстродействию второго вида диаграммы для малых перемещений исполнительного органа электропривода постоянного тока с зависящим от скорости моментом сопротивления. По результатам численного эксперимента построены зависимости контролируемых координат электропривода постоянного тока с зависящим от скорости моментом сопротивления от времени при малых перемещениях его исполнительного органа в соответствии с оптимальной по быстродействию диаграммой второго вида.

Ключевые слова: электропривод; малые перемещения; диаграмма перемещения исполнительного органа электропривода.

Ранее была решена задача по определению параметров оптимальной по быстродействию первого вида диаграммы для малых перемещений исполнительного органа электропривода постоянного тока с зависящим от скорости моментом сопротивления [1].

В настоящей работе решается задача по определению параметров оптимальной по быстродействию второго вида диаграммы для малых перемещений исполнительного органа электропривода постоянного тока с зависящим от скорости моментом сопротивления.

Математическая модель электропривода постоянного тока с зависящим от скорости моментом сопротивления описывается уравнениями [1]:

$$\left. \begin{aligned} U(t) &= C_e \cdot \omega(t) + R_{\text{я}} \cdot I_{\text{я}}(t) + L_{\text{я}} \cdot I_{\text{я}}^{(1)}(t); \\ C_m \cdot I_{\text{я}}(t) &= M_{\text{со}} + K_c \cdot \omega(t) + J \cdot \omega^{(1)}(t); \\ \varphi^{(1)}(t) &= \omega(t), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где U – напряжение, приложенное к якорной цепи электродвигателя, В;

ω – угловая скорость исполнительного органа электродвигателя, $\frac{\text{рад}}{\text{с}}$;

$I_{\text{я}}$ – ток якорной цепи электродвигателя, А;

$M_{\text{со}}$ – постоянный по величине момент сопротивления электропривода, Н·м;

φ – угол поворота исполнительного органа электропривода, рад;

C_e – коэффициент пропорциональности между угловой скоростью и ЭДС электродвигателя, $\frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{рад}}$;

$R_{\text{я}}$ – сопротивление якорной цепи электродвигателя, Ом;

$L_{\text{я}}$ – индуктивность якорной цепи электродвигателя, Гн;

C_m – коэффициент пропорциональности между током и моментом электродвигателя, В·с;

K_c – коэффициент, $\frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}}{\text{рад}}$;

J – момент инерции исполнительного органа электропривода, $\text{кг} \cdot \text{м}^2$.

Критерий оптимизации [1]

$$\int_0^{T_{\text{ц}}} dt = \min, \quad (2)$$

где $T_{\text{ц}}$ – длительность цикла, с.

На электропривод накладываются ограничения [1]:

$$-U_{\text{доп}} \leq U(t) \leq U_{\text{доп}}; \quad (3)$$

$$-I_{\text{доп}} \leq I_{\text{я}}(t) \leq I_{\text{доп}}; \quad (4)$$

$$-\omega_{\text{доп}} \leq \omega(t) \leq \omega_{\text{доп}}, \quad (5)$$

где $U_{\text{доп}}$ – максимально допустимое значение напряжения, приложенного к якорной цепи электродвигателя, В;

$I_{\text{доп}}$ – максимально допустимое значение тока якорной цепи электродвигателя, А;

$\omega_{\text{доп}}$ – максимально допустимое значение угловой скорости исполнительного органа механизма, $\frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

Начальные значения контролируемых координат электропривода [1]:

$$\left. \begin{aligned} U(0) &= \frac{R_{\text{я}}}{C_{\text{м}}} \cdot M_{\text{со}}; \\ I_{\text{я}}(0) &= \frac{1}{C_{\text{м}}} \cdot M_{\text{со}}; \\ \omega(0) &= 0; \\ \varphi(0) &= \varphi_{\text{нач}}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где $\varphi_{\text{нач}}$ – начальное значение угла поворота исполнительного органа электропривода, рад.

Конечные значения контролируемых координат электропривода [1]:

$$\left. \begin{aligned} U(T_{\text{ц}}) &= \frac{R_{\text{я}}}{C_{\text{м}}} \cdot M_{\text{со}}; \\ I_{\text{я}}(T_{\text{ц}}) &= \frac{1}{C_{\text{м}}} \cdot M_{\text{со}}; \\ \omega(T_{\text{ц}}) &= 0; \\ \varphi(T_{\text{ц}}) &= \varphi_{\text{кон}}, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где $\varphi_{\text{кон}}$ – конечное значение угла поворота исполнительного органа электропривода механизма, рад.

Так как система уравнений (1) имеет локальные ограничения, то в соответствии с принципом максимума академика Л.С. Понтрягина, управляющее воздействие представляет собой кусочно-постоянную функцию от времени, принимающую граничные значения.

Система уравнений (1) представима в виде [1]:

$$\frac{L_{\text{я}}J}{C_{\text{е}}C_{\text{м}} + R_{\text{я}}K_{\text{с}}} \cdot \varphi^{(3)}(t) + \frac{R_{\text{я}}J + L_{\text{я}}K_{\text{с}}}{C_{\text{е}}C_{\text{м}} + R_{\text{я}}K_{\text{с}}} \cdot \varphi^{(2)}(t) + \varphi^{(1)}(t) = \frac{U_*}{C_{\text{е}}} - \frac{R_{\text{я}}M_{\text{со}^*}}{C_{\text{е}}C_{\text{м}}}, \quad (8)$$

где $U_* = U \cdot \frac{C_{\text{е}}C_{\text{м}}}{C_{\text{е}}C_{\text{м}} + R_{\text{я}}K_{\text{с}}};$

$$M_{\text{со}^*} = M_{\text{со}} \cdot \frac{C_{\text{е}}C_{\text{м}}}{C_{\text{е}}C_{\text{м}} + R_{\text{я}}K_{\text{с}}}.$$

Характеристическое уравнение системы (1) имеет вид [1]:

$$\frac{L_{\text{я}}J}{C_{\text{е}}C_{\text{м}} + R_{\text{я}}K_{\text{с}}} \cdot p^3 + \frac{R_{\text{я}}J + L_{\text{я}}K_{\text{с}}}{C_{\text{е}}C_{\text{м}} + R_{\text{я}}K_{\text{с}}} \cdot p^2 + p = 0. \quad (9)$$

Если выполняется условие

$$(R_{\text{я}}J - L_{\text{я}}K_{\text{с}})^2 > 4L_{\text{я}}JC_{\text{е}}C_{\text{м}}, \quad (10)$$

то характеристическое уравнение системы имеет вид первый:

$$p \cdot (T_1p + 1) \cdot (T_2p + 1) = 0, \quad (11)$$

где $T_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_{\text{я}}J + L_{\text{я}}K_{\text{с}}}{C_{\text{е}}C_{\text{м}} + R_{\text{я}}K_{\text{с}}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{(R_{\text{я}}J - L_{\text{я}}K_{\text{с}})^2 - 4L_{\text{я}}JC_{\text{е}}C_{\text{м}}}}{C_{\text{е}}C_{\text{м}} + R_{\text{я}}K_{\text{с}}},$

$$T_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_{\text{я}}J + L_{\text{я}}K_{\text{с}}}{C_{\text{е}}C_{\text{м}} + R_{\text{я}}K_{\text{с}}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{(R_{\text{я}}J - L_{\text{я}}K_{\text{с}})^2 - 4L_{\text{я}}JC_{\text{е}}C_{\text{м}}}}{C_{\text{е}}C_{\text{м}} + R_{\text{я}}K_{\text{с}}}.$$

Если выполняется условие

$$(R_{\text{я}}J - L_{\text{я}}K_{\text{с}})^2 = 4L_{\text{я}}JC_{\text{е}}C_{\text{м}}, \quad (12)$$

то характеристическое уравнение системы имеет вид второй:

$$p \cdot (Tp + 1)^2 = 0, \quad (13)$$

где $T = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_{\text{я}}J + L_{\text{я}}K_{\text{с}}}{C_{\text{е}}C_{\text{м}} + R_{\text{я}}K_{\text{с}}}.$

Если выполняется условие

$$(R_{\text{я}}J - L_{\text{я}}K_{\text{с}})^2 < 4L_{\text{я}}JC_{\text{е}}C_{\text{м}}, \quad (14)$$

то характеристическое уравнение системы имеет вид третий:

$$p \cdot (T^2p^2 + 2Tp + 1) = 0, \quad (15)$$

где
$$T = \sqrt{\frac{L_{\text{я}} J}{C_{\text{е}} C_{\text{м}} + R_{\text{я}} K_{\text{с}}}};$$

$$\xi = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{R_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} + \frac{K_{\text{с}}}{J}\right) \cdot \frac{R_{\text{я}} J + L_{\text{я}} K_{\text{с}}}{C_{\text{е}} C_{\text{м}} + R_{\text{я}} K_{\text{с}}}}.$$

Оптимальная по быстродействию диаграмма для малых перемещений исполнительного органа электропривода постоянного тока с зависящим от скорости моментом сопротивления состоит из трёх этапов. На первом и третьем этапах напряжение, приложенное к якорной цепи электродвигателя, равно максимально допустимому значению $U_{\text{доп}}$; на втором этапе напряжение равно максимально допустимому значению со знаком «минус» $-U_{\text{доп}}$.

Этап 1. В интервале времени $0 \leq t \leq t_1$ для контролируемых координат электропривода справедливы зависимости:

$$U(t) = U_{\text{доп}};$$

$$\varphi(t) = A_1 \cdot e^{-\frac{t}{T}} + B_1 \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T}} + C_1 \cdot t + D_1;$$

$$\varphi^{(1)}(t) = -\frac{A_1}{T} \cdot e^{-\frac{t}{T}} + B_1 \cdot e^{-\frac{t}{T}} - \frac{B_1}{T} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T}} + C_1;$$

$$\varphi^{(2)}(t) = \frac{A_1}{T^2} \cdot e^{-\frac{t}{T}} - 2 \cdot \frac{B_1}{T} \cdot e^{-\frac{t}{T}} + \frac{B_1}{T^2} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T}};$$

$$\varphi^{(3)}(t) = -\frac{A_1}{T^3} \cdot e^{-\frac{t}{T}} + 3 \cdot \frac{B_1}{T^2} \cdot e^{-\frac{t}{T}} - \frac{B_1}{T^3} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T}};$$

$$I_{\text{я}}(t) = \frac{1}{C_{\text{м}}} \cdot \left\{ M_{\text{со}} + J \cdot \left[\frac{A_1}{T^2} \cdot e^{-\frac{t}{T}} - 2 \cdot \frac{B_1}{T} \cdot e^{-\frac{t}{T}} + \frac{B_1}{T^2} \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{T}} \right] \right\},$$

где
$$A_1 = 2T \cdot \left[\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_{\text{е}}} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_{\text{е}} C_{\text{м}}} \right];$$

$$B_1 = \left[\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_{\text{е}}} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_{\text{е}} C_{\text{м}}} \right];$$

$$C_1 = \left[\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_{\text{е}}} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_{\text{е}} C_{\text{м}}} \right];$$

$$D_1 = \varphi_{\text{нач}} - 2T \cdot \left[\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right];$$

$$U_{\text{доп}^*} = U_{\text{доп}} \cdot \frac{C_e C_M}{C_e C_M + R_{\text{я}} K_c}.$$

При $t = t_1$.

$$\varphi_1 = A_1 \cdot e^{\frac{t_1}{T}} + B_1 \cdot t_1 \cdot e^{\frac{t_1}{T}} + C_1 \cdot t_1 + D_1;$$

$$\varphi_1^{(1)} = -\frac{A_1}{T} \cdot e^{\frac{t_1}{T}} + B_1 \cdot e^{\frac{t_1}{T}} - \frac{B_1}{T} \cdot t_1 \cdot e^{\frac{t_1}{T}} + C_1;$$

$$\varphi_1^{(2)} = \frac{A_1}{T^2} \cdot e^{\frac{t_1}{T}} - 2 \cdot \frac{B_1}{T} \cdot e^{\frac{t_1}{T}} + \frac{B_1}{T^2} \cdot t_1 \cdot e^{\frac{t_1}{T}};$$

$$\varphi_1^{(3)} = -\frac{A_1}{T^3} \cdot e^{\frac{t_1}{T}} + 3 \cdot \frac{B_1}{T^2} \cdot e^{\frac{t_1}{T}} - \frac{B_1}{T^3} \cdot t_1 \cdot e^{\frac{t_1}{T}};$$

$$I_{\text{я1}} = \frac{1}{C_M} \cdot \left\{ M_{\text{со}} + J \cdot \left[\frac{A_1}{T^2} \cdot e^{\frac{t_1}{T}} - 2 \cdot \frac{B_1}{T} \cdot e^{\frac{t_1}{T}} + \frac{B_1}{T^2} \cdot t_1 \cdot e^{\frac{t_1}{T}} \right] \right\}.$$

Этап 2. В интервале времени $t_1 \leq t \leq (t_1 + t_2)$ для контролируемых координат электропривода справедливы зависимости:

$$U(t) = -U_{\text{доп}};$$

$$\varphi(t) = A_2 \cdot e^{\frac{t-t_1}{T}} + B_2 \cdot (t-t_1) \cdot e^{\frac{t-t_1}{T}} + C_2 \cdot (t-t_1) + D_2;$$

$$\varphi^{(1)}(t) = -\frac{A_2}{T} \cdot e^{\frac{t-t_1}{T}} + B_2 \cdot e^{\frac{t-t_1}{T}} - \frac{B_2}{T} \cdot (t-t_1) \cdot e^{\frac{t-t_1}{T}} + C_2;$$

$$\varphi^{(2)}(t) = \frac{A_2}{T^2} \cdot e^{\frac{t-t_1}{T}} - 2 \cdot \frac{B_2}{T} \cdot e^{\frac{t-t_1}{T}} + \frac{B_2}{T^2} \cdot (t-t_1) \cdot e^{\frac{t-t_1}{T}};$$

$$\varphi^{(3)}(t) = -\frac{A_2}{T^3} \cdot e^{\frac{t-t_1}{T}} + 3 \cdot \frac{B_2}{T^2} \cdot e^{\frac{t-t_1}{T}} - \frac{B_2}{T^3} \cdot (t-t_1) \cdot e^{\frac{t-t_1}{T}};$$

$$I_{\text{я}}(t) = \frac{1}{C_M} \cdot \left\{ M_{\text{со}} + J \cdot \left[\frac{A_2}{T^2} \cdot e^{\frac{t-t_1}{T}} - 2 \cdot \frac{B_2}{T} \cdot e^{\frac{t-t_1}{T}} + \frac{B_2}{T^2} \cdot (t-t_1) \cdot e^{\frac{t-t_1}{T}} \right] \right\},$$

где $A_2 = (A_1 + B_1 \cdot t_1) \cdot e^{\frac{t_1}{T}} - 4T \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e}$;

$$B_2 = B_1 \cdot e^{-\frac{t_1}{T}} - 2 \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e};$$

$$C_2 = -\left[\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} + \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right];$$

$$D_2 = \varphi_{\text{нач}} + (2T + t_1) \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} + (2T - t_1) \cdot \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M}.$$

При $t = t_1 + t_2$.

$$\varphi_2 = A_2 \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} + B_2 \cdot t_2 \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} + C_2 \cdot t_2 + D_2;$$

$$\varphi_2^{(1)} = -\frac{A_2}{T} \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} + B_2 \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} - \frac{B_2}{T} \cdot t_2 \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} + C_2;$$

$$\varphi_2^{(2)} = \frac{A_2}{T^2} \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} - 2 \cdot \frac{B_2}{T} \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} + \frac{B_2}{T^2} \cdot t_2 \cdot e^{-\frac{t_2}{T}};$$

$$\varphi_2^{(3)} = -\frac{A_2}{T^3} \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} + 3 \cdot \frac{B_2}{T^2} \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} - \frac{B_2}{T^3} \cdot t_2 \cdot e^{-\frac{t_2}{T}};$$

$$I_{\text{я}2} = \frac{1}{C_M} \cdot \left\{ M_{\text{со}} + J \cdot \left[\frac{A_2}{T^2} \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} - 2 \cdot \frac{B_2}{T} \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} + \frac{B_2}{T^2} \cdot t_2 \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} \right] \right\}.$$

Этап 3. В интервале времени $(t_1 + t_2) \leq t \leq (t_1 + t_2 + t_3)$ для контролируемых координат электропривода справедливы зависимости:

$$U(t) = U_{\text{доп}};$$

$$\varphi(t) = A_3 \cdot e^{-\frac{t-t_1-t_2}{T}} + B_3 \cdot (t-t_1-t_2) \cdot e^{-\frac{t-t_1-t_2}{T}} + C_3 \cdot (t-t_1-t_2) + D_3;$$

$$\varphi^{(1)}(t) = -\frac{A_3}{T} \cdot e^{-\frac{t-t_1-t_2}{T}} + B_3 \cdot e^{-\frac{t-t_1-t_2}{T}} - \frac{B_3}{T} \cdot (t-t_1-t_2) \cdot e^{-\frac{t-t_1-t_2}{T}} + C_3;$$

$$\varphi^{(2)}(t) = \frac{A_3}{T^2} \cdot e^{-\frac{t-t_1-t_2}{T}} - 2 \cdot \frac{B_3}{T} \cdot e^{-\frac{t-t_1-t_2}{T}} + \frac{B_3}{T^2} \cdot (t-t_1-t_2) \cdot e^{-\frac{t-t_1-t_2}{T}};$$

$$\varphi^{(3)}(t) = -\frac{A_3}{T^3} \cdot e^{-\frac{t-t_1-t_2}{T}} + 3 \cdot \frac{B_3}{T^2} \cdot e^{-\frac{t-t_1-t_2}{T}} - \frac{B_3}{T^3} \cdot (t-t_1-t_2) \cdot e^{-\frac{t-t_1-t_2}{T}};$$

$$I_{\text{я}}(t) = \frac{1}{C_M} \cdot \left\{ M_{\text{со}} + J \cdot \left[\frac{A_3}{T^2} \cdot e^{-\frac{t-t_1-t_2}{T}} - 2 \cdot \frac{B_3}{T} \cdot e^{-\frac{t-t_1-t_2}{T}} + \frac{B_3}{T^2} \cdot (t-t_1-t_2) \cdot e^{-\frac{t-t_1-t_2}{T}} \right] \right\},$$

где $A_3 = (A_2 + B_2 \cdot t_2) \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} + 4T \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e};$

$$B_3 = B_2 \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} + 2 \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e};$$

$$C_3 = \left[\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_{\text{м}}} \right];$$

$$D_3 = \varphi_{\text{нач}} + [(t_1 - t_2) - 2T] \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} + [2T - (t_1 + t_2)] \cdot \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_{\text{м}}}.$$

При $t = t_1 + t_2 + t_3.$

$$\varphi_3 = A_3 \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} + B_3 \cdot t_3 \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} + C_3 \cdot t_3 + D_3;$$

$$\varphi_3^{(1)} = -\frac{A_3}{T} \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} + B_3 \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} - \frac{B_3}{T} \cdot t_3 \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} + C_3;$$

$$\varphi_3^{(2)} = \frac{A_3}{T^2} \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} - 2 \cdot \frac{B_3}{T} \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} + \frac{B_3}{T^2} \cdot t_3 \cdot e^{-\frac{t_3}{T}};$$

$$\varphi_3^{(3)} = -\frac{A_3}{T^3} \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} + 3 \cdot \frac{B_3}{T^2} \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} - \frac{B_3}{T^3} \cdot t_3 \cdot e^{-\frac{t_3}{T}};$$

$$I_{\text{я3}} = \frac{1}{C_{\text{м}}} \cdot \left\{ M_{\text{со}} + J \cdot \left[\frac{A_3}{T^2} \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} - 2 \cdot \frac{B_3}{T} \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} + \frac{B_3}{T^2} \cdot t_3 \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} \right] \right\}.$$

Так как $\varphi_3 = \varphi_{\text{кон}}$, то

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{кон}} = & A_3 \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} + B_3 \cdot t_3 \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} + \left[\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_{\text{м}}} \right] \cdot t_3 + \varphi_{\text{нач}} + [(t_1 - t_2) - 2T] \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} + \\ & + [2T - (t_1 + t_2)] \cdot \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_{\text{м}}}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{кон}} = & \varphi_{\text{нач}} + \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \cdot (t_1 - t_2 + t_3) - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_{\text{м}}} \cdot (t_1 + t_2 + t_3) + \\ & + A_3 \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} + B_3 \cdot t_3 \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} - 2T \cdot \left[\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_{\text{м}}} \right]. \end{aligned}$$

Так как $\varphi_3^{(1)} = 0$, то

$$0 = -\frac{A_3}{T} \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} + B_3 \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} - \frac{B_3}{T} \cdot t_3 \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} + \left[\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right].$$

Так как $\varphi_3^{(2)} = 0$, то

$$0 = \frac{A_3}{T^2} \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} - 2 \cdot \frac{B_3}{T} \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} + \frac{B_3}{T^2} \cdot t_3 \cdot e^{-\frac{t_3}{T}}.$$

Анализ полученных зависимостей показывает, что справедливы следующие соотношения:

$$B_3 \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} = \left[\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right];$$

$$A_3 \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} + B_3 \cdot t_3 \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} = 2T \cdot \left[\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right].$$

Таким образом, справедливо уравнение

$$(\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}) = \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \cdot (t_1 - t_2 + t_3) - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \cdot (t_1 + t_2 + t_3). \quad (16)$$

Так как

$$\left(B_2 \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} + 2 \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \right) \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} = \left[\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right];$$

$$\left[\left(B_1 \cdot e^{-\frac{t_1}{T}} - 2 \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \right) \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} + 2 \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \right] \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} = \left[\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right];$$

$$\left\{ \left[\left(\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right) \cdot e^{-\frac{t_1}{T}} - 2 \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \right] \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} + 2 \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \right\} \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} = \left[\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right],$$

то справедливо уравнение

$$\left\{ 2 \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \left[2 \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \left(\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right) \cdot e^{-\frac{t_1}{T}} \right] \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} \right\} \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} = \left[\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right]. \quad (17)$$

Так как

$$\begin{aligned}
 & \left(A_2 \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} + B_2 \cdot t_2 \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} + 4T \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \right) \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} + \left(B_2 \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} + 2 \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \right) \cdot t_3 \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} = \\
 & = 2T \cdot \left(\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right); \\
 & \left[\left(A_1 \cdot e^{-\frac{t_1}{T}} + B_1 \cdot t_1 \cdot e^{-\frac{t_1}{T}} - 4T \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \right) \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} + \right. \\
 & \left. + \left(B_1 \cdot e^{-\frac{t_1}{T}} - 2 \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \right) \cdot t_2 \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} + 4T \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \right] \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} + \\
 & + \left[\left(B_1 \cdot e^{-\frac{t_1}{T}} - 2 \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \right) \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} + 2 \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \right] \cdot t_3 \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} = 2T \cdot \left(\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right); \\
 & \left\{ 2T \cdot \left(\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right) \cdot e^{-\frac{t_1}{T}} + \left(\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right) \cdot t_1 \cdot e^{-\frac{t_1}{T}} - 4T \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \right\} \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} + \\
 & + \left\{ \left(\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right) \cdot e^{-\frac{t_1}{T}} - 2 \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \right\} \cdot t_2 \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} + 4T \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \right\} \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} + \\
 & + \left\{ \left[\left(\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right) \cdot e^{-\frac{t_1}{T}} - 2 \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \right] \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} + 2 \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \right\} \cdot t_3 \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} = 2T \cdot \left(\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right); \\
 & 2T \cdot \left\{ \left[\left(\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right) \cdot e^{-\frac{t_1}{T}} - 2 \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \right] \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} + 2 \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \right\} \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} + \\
 & + \left\{ \left[\left(\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right) \cdot t_1 \cdot e^{-\frac{t_1}{T}} + \left[\left(\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right) \cdot e^{-\frac{t_1}{T}} - 2 \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \right] \cdot t_2 \right] \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} \right\} \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} + \\
 & + \left\{ \left[\left(\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right) \cdot e^{-\frac{t_1}{T}} - 2 \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \right] \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} + 2 \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \right\} \cdot t_3 \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} = \\
 & = 2T \cdot \left(\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right).
 \end{aligned}$$

Так как

$$\left\{ \left[\left(\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right) \cdot e^{-\frac{t_1}{T}} - 2 \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \right] \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} + 2 \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \right\} \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} = \left(\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right),$$

то

$$2T \cdot \left(\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right) + \left\langle \left\{ \left(\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right) \cdot t_1 \cdot e^{-\frac{t_1}{T}} + \left[\left(\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right) \cdot e^{-\frac{t_1}{T}} - 2 \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \right] \cdot t_2 \right\} \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} \right\rangle \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} + \left(\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right) \cdot t_3 = 2T \cdot \left(\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right).$$

При этом справедливо уравнение

$$\left\{ \left(\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right) \cdot t_1 \cdot e^{-\frac{t_1}{T}} + \left[\left(\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right) \cdot e^{-\frac{t_1}{T}} - 2 \cdot \frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} \right] \cdot t_2 \right\} \cdot e^{-\frac{t_2}{T}} + \left(\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right) \cdot t_3 \cdot e^{-\frac{t_3}{T}} = 0. \quad (18)$$

Из уравнений (16)÷(18) определяются длительности этапов перемещения исполнительного органа электропривода постоянного тока с зависящим от скорости моментом сопротивления t_1 , t_2 и t_3 .

Так как $I_{\text{я}1} = I_{\text{max}}$, то

$$I_{\text{max}} = \frac{1}{C_M} \cdot \left\{ M_{\text{со}} + J \cdot \left[\frac{A_1}{T^2} \cdot e^{-\frac{t_1}{T}} - 2 \cdot \frac{B_1}{T} \cdot e^{-\frac{t_1}{T}} + \frac{B_1}{T^2} \cdot t_1 \cdot e^{-\frac{t_1}{T}} \right] \right\}.$$

Если $I_{\text{max}} = I_{\text{доп}}$, то $(\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}) = \varphi_{\text{гр.1}}$.

$$\frac{C_M I_{\text{доп}} - M_{\text{со}}}{J} = \left[\frac{U_{\text{доп}^*}}{C_e} - \frac{R_{\text{я}} M_{\text{со}^*}}{C_e C_M} \right] \cdot \frac{t_1}{T^2} \cdot e^{-\frac{t_1}{T}}. \quad (19)$$

Из уравнений (17), (18) и (19) определяются значения длительностей этапов t_1 , t_2 и t_3 . Из выражения (16) определяется первое граничное значение угла поворота $\varphi_{\text{гр.1}}$.

На рисунке 1 представлена оптимальная по быстродействию второго вида диаграмма для малых перемещений исполнительного органа электропривода постоянного тока с зависящим от скорости моментом сопротивления, имеющего следующие параметры и ограничения контролируемых координат

$$U_{\text{доп}} = 250 \text{ В}; I_{\text{доп}} = 8 \text{ А}; \omega_{\text{доп}} = 160 \frac{\text{рад}}{\text{с}}; C_e = 1,25 \text{ В} \cdot \text{с}/\text{рад}; C_M = 1,25 \text{ В} \cdot \text{с};$$

$$R_{\text{я}} = 5 \text{ Ом}; L_{\text{я}} = 0,1 \text{ Гн}; J = 0,025621 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; M_{\text{со}} = 2,5 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$K_c = 0,015625 \frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}}{\text{рад}}.$$

При $\varphi_{\text{нач}} = 0$ рад и $\varphi_{\text{кон}} = 0,003$ рад длительности интервалов времени имеющего следующие значения:

$$t_1 = 0,002557 \text{ с}; t_2 = 0,004448 \text{ с}; t_3 = 0,002277 \text{ с}.$$

Для данной системы первое граничное значение угла поворота исполнительного органа электропривода $\varphi_{\text{гр.1}} = 0,003406$ рад.

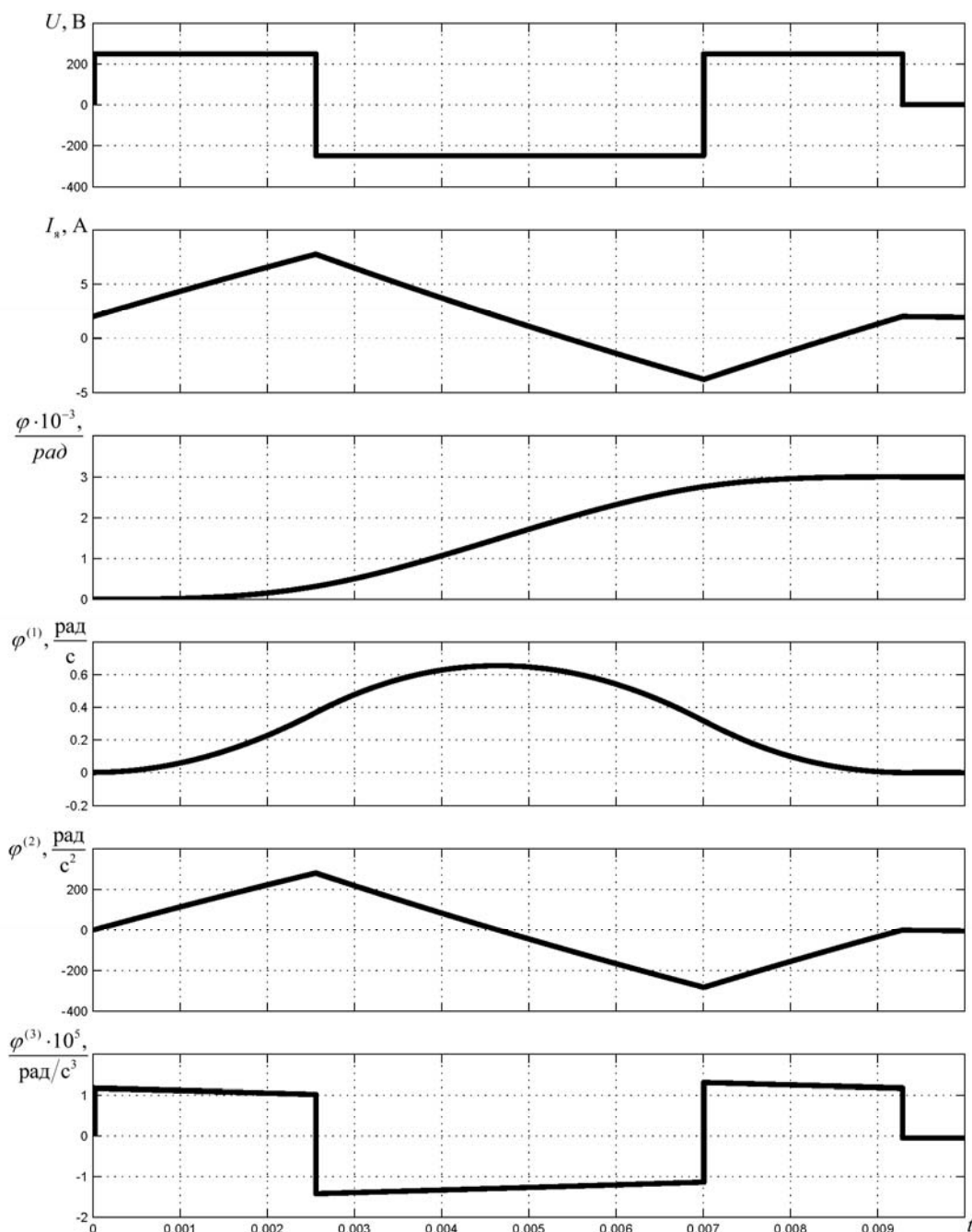


Рис.1

Выводы:

- определены аналитические зависимости для контролируемых координат электропривода постоянного тока с зависящим от скорости моментом сопротивления при малых перемещениях его исполнительного органа в соответствии с оптимальной по быстродействию диаграммой второго вида;

- получены три уравнения (16), (17) и (18), при совместном решении которых определяются длительности этапов перемещения исполнительного органа электропривода постоянного тока с зависящим от скорости моментом сопротивления t_1 , t_2 и t_3 ;

- установлена область существования оптимальной по быстродействию второго вида диаграммы для малых перемещений исполнительного органа электропривода постоянного тока с зависящим от скорости моментом сопротивления;

- построены зависимости контролируемых координат электропривода постоянного тока с зависящим от скорости моментом сопротивления от времени при малых перемещениях его исполнительного органа в соответствии с оптимальной по быстродействию диаграммой второго вида.

ЛИТЕРАТУРА

1. Добробаба Ю.П. Определение параметров оптимальной по быстродействию первого вида диаграммы для малых перемещений исполнительного органа электропривода постоянного тока с зависящим от скорости моментом сопротивления / Добробаба Ю.П., Кошкин Г.А., Прохоренко Н.Я. // Научные труды КубГТУ, 2016, №12. URL: <http://ntk.kubstu.ru/file/1221>.

REFERENCES

1. Dobrobaba YU.P. Opredelenie parametrov optimalnoy po bystrodeystviyu pervogo vida diagrammy dlya malykh peremeshcheniy ispolnitelnogo organa elektroprivoda postoyannogo toka s zavisyashchim ot skorosti momentom

soprotivleniya / Dobrobaba YU.P., Koshkin G.A., Prokhorenko N.YA. // Nauchnye trudy KubGTU, 2016, №12. URL: <http://ntk.kubstu.ru/file/1221>.

DETERMINATION OF PARAMETERS OF THE OPTIMAL SECOND TYPE OF DIAGRAMS FOR SMALL MOVEMENTS OF THE EXECUTIVE BODY OF THE DIRECT CURRENT MOTOR WITH A SPEED-DEPENDENT RESISTIVE TORQUE

YU.P. DOBROBABA, G.A. KOSHKIN, N.YA. PROKHORENKO

*Kuban State Technological University,
2, Moskovskaya st., Krasnodar, Russian Federation, 350002;
e-mail: nicita_ximik@mail.ru*

The optimum diagram on speed for small movements of the Executive body of the DC motor with a speed-dependent resistive torque consists of three stages. Identified analytical dependences of coordinates of controlled DC drive with speed-dependent torque resistance, which makes small displacements of its Executive body in accordance with the optimal diagram of the second kind (the characteristic equation of the system has one zero root and two negative equal to the largest root). Obtained three equations, with the joint solution of which determines the duration of the three phases of displacement of the Executive body of the DC motor with a speed-dependent resistive torque. Set the region of existence of optimal second type of diagrams for small movements of the Executive body of the DC motor with a speed-dependent resistive torque. According to the results of the numerical experiment the dependences of coordinates of controlled DC drive with speed-dependent resistive torque from time to time with small displacements of its Executive body in accordance with the optimal diagram of the second kind.

Key words: electric drive; small move; diagram of movement of electric drives Executive authority.