

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДОХОДА НАСЕЛЕНИЯ РФ НА ОСНОВЕ ЭКСПЕРТНО-СТАТИСТИЧЕСКОГО МЕТОДА

А.А. СЕРГЕЕВА

*Кубанский государственный университет,
350040, Российская Федерация, г. Краснодар, ул. Ставропольская, 149;
электронная почта: 2007_asergeeva@mail.ru*

В статье рассматривается комбинация различных методов для прогнозирования значений социально-экономического показателя. Одни методы, базируясь на динамике показателя в прошлом, осуществляют оценку его значения в будущем на основе эконометрического анализа. Другие методы основываются на учете мнений экспертов. Заключительную оценку дает комбинация экспертного и эконометрического прогнозов с использованием весовых коэффициентов.

Ключевые слова: экспертно-статистический метод, смешанный прогноз, моделирование дохода.

Для того, чтобы компенсировать ошибки в системах прогнозирования, основанные на экстраполяционных методах обработки данных, необходимо прибегать к различным методам учета экспертных заключений. Эта ситуация характеризуется противоречием между применением дорогостоящих систем прогнозирования, реализующих сложные статистические методы прогноза, и эвристическими методами, не опирающимися на адекватные математические модели и, как следствие, приводящие к принятию решений, часто далеким от оптимальных.

Таким образом, актуальность выбранной темы работы обусловлена практической потребностью в эффективных математических инструментах для решения задачи объединения разрозненных прогнозов в целях повышения достоверности прогнозирования.

Вопрос о том, каким способом следует обработать совокупность имеющихся статистических и экспертных данных, чтобы сделать наиболее обоснованные прогнозы, является предметом интенсивного исследования в настоящее время [2-4, 9].

Пусть имеется временной ряд значений социально-экономического показателя $x(k), k = \overline{1, N}$, где k – дискретное время. Значения показателя при $k \leq N$ (N – текущий момент времени) известны с некоторыми ошибками.

Требуется оценить значение $x(N + N_1)$, т.е. оценить значение показателя в будущем через N_1 временных интервалов. К оценке привлекаются несколько экспертов, которые, используя свой опыт и прогностические способности, могут предоставить заключение о вероятностях того, в какой интервал попадает значение $x(N + N_1)$ исследуемого показателя в момент времени $k = N + N_1$.

Обозначим $q_j(x), j = \overline{1, m}$, соответствующую кусочно-постоянную плотность распределения вероятности случайных значений прогнозируемого показателя, указываемой j -м экспертом, а аналогичную плотность, получаемую на основе анализа только статистических данных, обозначим $q_0(x)$.

Объединяя полученные плотности линейной сверткой, получим смесь плотностей ("смешанную плотность"):

$$Q(x) = \sum_{j=0}^m \bar{w}_j q_j(x), \quad (1)$$

где $\bar{w}_j (\bar{w}_j \geq 0, \bar{w}_0 + \bar{w}_1 + \dots + \bar{w}_m = 1)$ – оценки весовых коэффициентов, полученные по нечисловой, неточной и неполной экспертной информации; $q_j(x)$ – аналогичные экспертные оценки кусочно-постоянных плотностей, $j = \overline{1, m}$.

Таким образом, можно выделить следующие этапы построения смешанного прогноза:

1) Получение экспертных оценок кусочно-постоянных плотностей $q_j(x)$, $j = \overline{1, m}$, распределения прогнозируемого показателя на момент времени $k = N + N_1$;

2) Построение плотности $q_0(x)$ распределения этого показателя на основе количественной модели;

3) Получение экспертных оценок весовых коэффициентов, $\bar{w}_j, j = \overline{0,1,m}$, определяющих значимость (важность, "весомость" и т.д.) отдельных компонент смешанного прогноза.

Так как аналитик в своем распоряжении имеет динамику изучаемого показателя в прошлом, то существует возможность оценить плотность распределения прогнозируемого значения количественными методами, например, регрессии или авторегрессии [5].

Регрессионная модель ряда имеет вид:

$$x(k) = u(k) + \xi_k, \quad (2)$$

где ξ_k – случайный процесс.

Авторегрессии возникают из предположения, что последующие члены временного ряда являются функциями предшествующих значений [1][7]. Считая эти зависимости линейными, получаем авторегрессионную модель:

$$x(k) = \sum_{l=1}^L \alpha_l x(k-l) + \gamma + \delta_k, \quad (3)$$

где $\alpha_l, \gamma, l = \overline{1,L}$ – коэффициенты модели; δ_k – случайный процесс; $x(k), k = \overline{1,N}$ – исследуемый скалярный временной ряд.

Разброс значений временного ряда $x(k), k = \overline{1,N}$, относительно тренда рассматриваем как реализации случайной величины, которая отождествляется с ошибкой моделирования [8]. Требуется вычислить гистограмму отклонений ряда от тренда. Тогда появляется возможность определить вероятности нахождения прогноза в том или ином интервале вокруг тренда, а это, в свою очередь, приведет нас к искомой плотности $q_0(x)$.

Пусть исследователь располагает некоторой информацией J относительно сравнительной значимости прогнозов, получаемых из $m+1$ источника. ННН-информация о сравнительной важности отдельных

прогнозных плотностей $q_j(x) = (x, I_j)$, $j = \overline{0, 1, m}$, для определения смешанной прогнозной плотности $Q(x)$ задается системой J равенств и неравенств для весовых коэффициентов w_0, w_1, \dots, w_m .

Учет информации J позволяет выделить из множества $W(m)$ всех возможных векторов $w = (w_0, w_1, \dots, w_m)$ весовых коэффициентов множество $W(m; J)$ всех допустимых векторов весовых коэффициентов [6]. Моделируя неопределенность выбора вектора весовых коэффициентов из множества $W(m; J)$ при помощи рандомизации этого выбора, получаем случайный вектор $\tilde{w}(J) = (\tilde{w}_0(J), \tilde{w}_1(J), \dots, \tilde{w}_m(J))$, равномерно распределенный на полиэдре $W(m; J)$.

Проиллюстрируем описанный метод на примере данных о среднедушевых денежных доходах населения России.

Данные были получены с Интернет-сайта Федеральной службы государственной статистики [10]. Эти сведения находятся в открытом доступе, измеряются десятки лет и, кроме того, в этом социально-экономическом секторе не происходит ничего революционного, чтобы делало бы временной ряд существенно нестационарным.

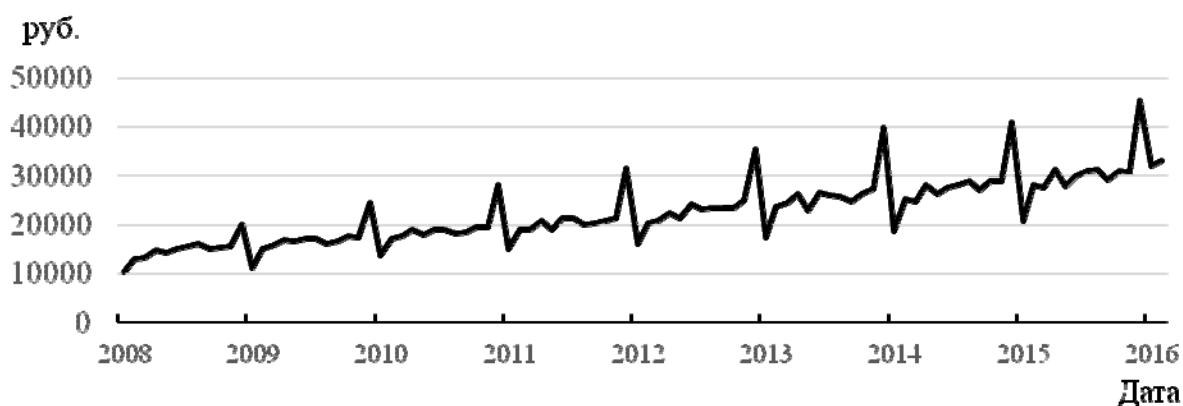


Рисунок 1 - среднедушевые денежные доходы населения РФ в руб., ежемесячно.

Выберем из данных такой интервал, на котором есть заметное изменение тренда. Пусть, например, это будет часть временного ряда с января 2010 года по декабрь 2013.

Составим модель авторегрессии. Ее порядок был выбран равным 12. Это число соответствует сезонным колебаниям дохода. С помощью программы MicrosoftExcel были получены коэффициенты модели $\alpha_l, \gamma, l = \overline{1,12}$, что дало возможность получить прогноз среднедушевых денежных доходов населения РФ на два года – с января 2014 года по февраль 2016 года (Рисунок 2).



Рисунок 2 - прогноз на основе авторегрессии 12-го порядка

Используя реальные данные и данные, полученные на основе модели авторегрессии, строим график отклонений реальных значений дохода от значений полученных с помощью модели (Рисунок 3). При построении графика рассматривались данные с января 2010 по декабрь 2013 года.

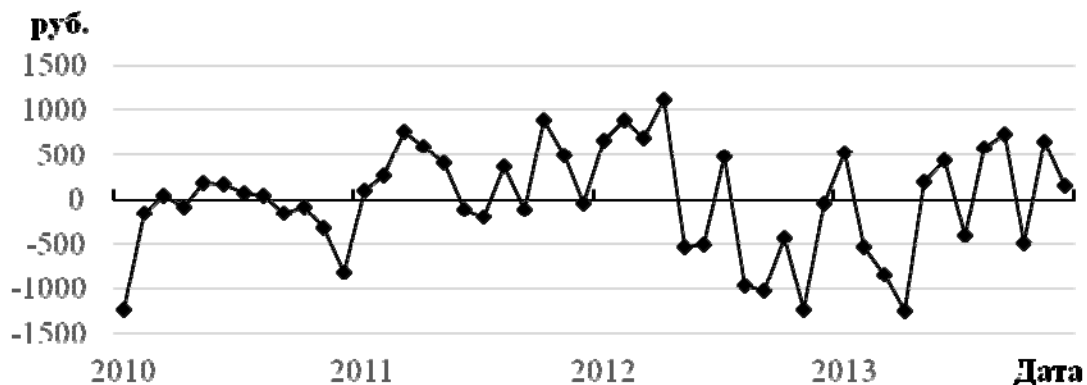


Рисунок 3 - отклонения реальных данных от оптимального тренда

Далее строится гистограмма отклонений ряда от тренда (Рисунок 4). Одно деление горизонтальной оси гистограммы соответствует 500 единицам дохода. По вертикальной оси откладывается вероятность отклонений в соответствующем интервале.

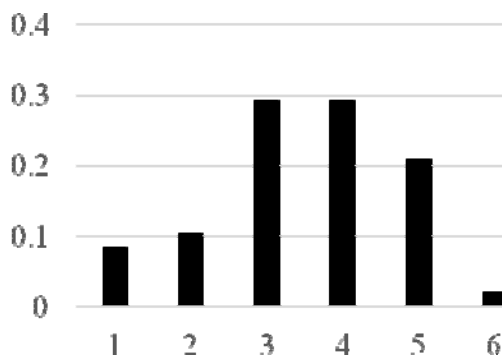


Рисунок 4 - гистограмма погрешности модели авторегрессии

Таким образом, мы имеем возможность дать вероятностную оценку прогнозируемого значения дохода, например, в апреле 2015 года.

Значение среднедушевого денежного дохода на эту дату, согласно тренду, будет 32166 рублей. В то время как реальное значение – 31356рублей.

С определенными вероятностями, среднедушевой денежный доход может принадлежать различным интервалам числовой оси (Таблица 1).

Таблица 1 – плотность распределения вероятности прогнозируемого значения на основе авторегрессии

Интервал числового значения	Вероятность в процентах
[30666;31666]	19
[31666; 32166]	29
[32166;32666]	29
[32666;33166]	21
[33166;33666]	2

Составим модель линейной регрессии.

Пусть к оценке прогноза дохода в апреле 2015 года привлекают эксперта, который, используя данные с января 2012 по декабрь 2013 года как

исходные, вычисляет линейный тренд с помощью программы Microsoft Excel (Рисунок 5).

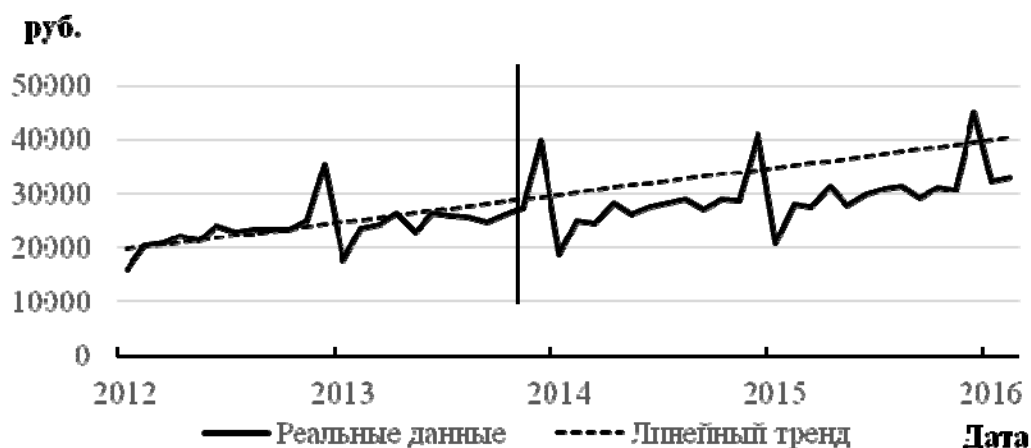


Рисунок 5 - прогноз среднедушевых денежных доходов населения РФ на основе линейного тренда с января 2014 года

Используя реальные данные и данные линейной модели, строим график отклонений реальных значений дохода от значений линейного тренда (Рисунок 6).



Рисунок 6 - отклонения реальных данных от линейного тренда.

При построении графика рассматривались данные с января 2012 по декабрь 2013 года.

Затем строится гистограмма отклонений ряда от тренда (Рисунок 7).

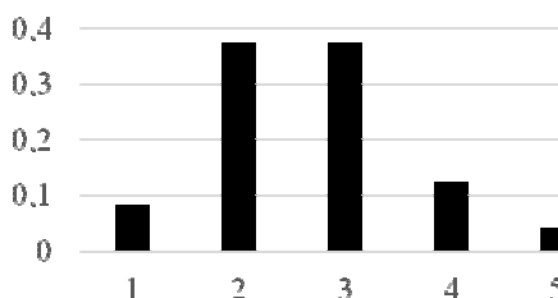


Рисунок 7 - гистограмма погрешности линейной модели.

Значение среднедушевого денежного дохода на апрель 2015 года, согласно линейному тренду, будет 36144 рублей. С определенными вероятностями среднедушевой денежный доход может принадлежать различным интервалам числовой оси (Таблица 2).

Таблица 2 – плотность распределения вероятности прогнозируемого значения на основе линейной модели

Интервал числового значения	Вероятность в процентах
[23644;33644]	8,3
[33644;36144]	37,5
[36144;38644]	37,5
[38644;41144]	12,5
[41144;43644]	4,2

Третий вариант прогноза составляется полностью на экспертной основе.

Например, эксперт получает информацию из надежных источников о мерах Правительства РФ по повышению реальной заработной платы.

Эксперту предлагается ответить на вопрос, с какой вероятностью среднедушевой денежный доход в апреле 2015 года будет исчисляться в одном из трех интервалов? Ответы эксперта приведены в таблице 3.

Таблица 3 – плотность распределения вероятности прогнозируемого значения на основе заключения эксперта

i	1	2	3
A_i	[29000;30000)	[30000;31000)	[31000;32000]
$P(A_i)$	0,1914	0,6172	0,1914

Тогда ожидаемый среднедушевой денежный доход населения РФв апреле 2015 года составит:

$$X = P(A_1) * 29500 + P(A_2) * 30500 + P(A_3) * 31500 = \\ = 0,1914 * 29500 + 0,6172 * 30500 + 0,1914 * 31500 = 30500$$

Выполним окончательную процедуру вычисления общей плотности распределения. Для этого нам понадобится мнение некоторого эксперта о степени достоверности всех трех прогнозов.

Пусть, например, мнение эксперта выражается в следующей ординальной информации:

$$\omega(\text{Prognosis}_2) < \omega(\text{Prognosis}_1); \omega(\text{Prognosis}_1) < \omega(\text{Prognosis}_3)$$

На основании этой информации формируются функции распределения трех случайных величин: весовых коэффициентов общей плотности распределения (1).

Из таблицы 4 можно получить представление о среднем значении весового коэффициента, а также информацию о попарном доминировании одного веса над другим.

Таблица 4 – средние значения весовых коэффициентов

i	1	2	3
ω_i	0,2778	0,095	0,6272

Взвешенный прогноз среднедушевого денежного дохода населения РФв апреле 2015 года составит:

$$X_{\text{weighted}} = \omega_1 * 32166 + \omega_2 * 36144 + \omega_3 * 30500 = \\ = 0,2778 * 32166 + 0,095 * 36144 + 0,6272 * 30500 = 31498,9948$$

Таким образом, итог по всем трем прогнозам среднедушевого денежного дохода населения РФ в апреле 2015 года – 31498,9948, что гораздо ближе к реальным данным (31356), чем предлагалось всеми тремя предыдущими прогнозами.

Предлагаемый в работе подход сочетает в себе количественный анализ временных рядов и мнения экспертов о возможном изменении тенденций. Такое сочетание значительно расширяет применимость статистических методов, так как для них является весьма ограничительным требование стационарности процессов, а социально-экономическая динамика часто ему не удовлетворяет. С другой стороны, субъективизм и ограниченные возможности анализа каждого отдельного эксперта уравниваются некоторым "консерватизмом" количественных методов, которые делают выводы из прошлого опыта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алеников А.С., Булин Г.В. Системный инструментальный моделирование и управления транспортным кластером мегаполиса // Экономика устойчивого развития: региональный научный журнал № 3 (23) 2015. С. 14-27.
2. Алеников А.С., Макаров М.В. Инструментальный системного анализа и его применение при моделировании нестационарной экономики // Национальные интересы: приоритеты и безопасность №4 (241) 2014. С. 36-47.
3. Давыденко А. В. Модели и методы комбинированного прогнозирования спроса на продукцию фирмы// Автореф. Дисс канд.техн.наук. - СПб, 2008.
4. Давыденко А.В. Прогнозирование спроса по трендовым моделям с учетом экспертной информации // Экономическая кибернетика: системный анализ в экономике и управлении: Сборник научных трудов. –вып. №13.– СПб: Изд-во СПбГУЭФ, 2014. С. 76 – 80.
5. Евстратчик С.В. Прогнозирование временного ряда (на примере фондового индекса) // Вестн. С.–Петербур. Ун-та. Серия 5. Вып. 4.2012. С.162-168.
6. Колесников Г.И., Корникова Н.В., Федотов Ю.В., Хованов Н.В. Оценка вероятностей альтернатив развития фондового рынка в условиях

дефицита числовой информации// Вестник Санкт-Петербургского университета. Сер. 10. Вып.2.2005. С. 151-160.

7. Лукашин Ю. П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов. М.: Финансы и статистика, 2003.

8. Прасолов А.В. Математические модели динамики в экономике. СПб.: СПбГУЭФ, 2010.

9. Прасолов А. В., Хованов Н. В. О прогнозировании с использованием статистических и экспертных методов // Автоматика и телемеханика. № 6. 2008.С. 129–142.

10. Среднедушевые денежные доходы населения по Российской Федерации[Электронный ресурс]: 2015.URL: http://www.gks.ru/free_doc/new_site/population/urov/urov_11kv.htm.

REFERENCES

1. Alenikov A.S., Bulin G.V. Sistemnyy instrumentariy modelirovaniya i upravleniya transportnym klasterom megapolisa // Ekonomika ustoychivogo razvitiya: regionalnyy nauchnyy zhurnal № 3 (23) 2015. S. 14-27.

2. Alenikov A.S., Makarov M.V. Instrumentariy sistemnogo analiza i ego primeneniye pri modelirovanii nestatsionarnoy ekonomiki // Natsionalnye interesy: priority i bezopasnost №4 (241) 2014. S. 36-47.

3. Davydenko A. V. Modeli i metody kombinirovannogo prognozirovaniya sprosa na produktsiyu firmy// Avtoref. Diss kand.tekhn.nauk. - SPb, 2008.

4. Davydenko A.V. Prognozirovaniye sprosa po trendovym modelyam s uchetom ekspertnoy informatsii // Ekonomicheskaya kibernetika: sistemnyy analiz v ekonomike i upravlenii: Sbornik nauchnykh trudov. –vyp. №13.– SPb: Izd-vo SPbGUEF, 2014. S. 76 – 80.

5. Evstratchik S.V. Prognozirovaniye vremennogo ryada (na primere fondovogo indeksa) // Vestn. S.–Peterb. Un-ta. Seriya 5. Vyp. 4.2012. S.162-168.

6. Kolesnikov G.I., Kornikova N.V., Fedotov Yu.V., Khovanov N.V.Otsenka veroyatnostey alternativ razvitiya fondovogo rynka v usloviyakh defitsita chislovoy

informatsii// Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Ser. 10. Vyp.2.2005. S. 151-160.

7. Lukashin Yu. P. Adaptivnye metody kratkosrochnogo prognozirovaniya vremennykh ryadov. M.: Finansy i statistika, 2003.

8. Prasolov A.V. Matematicheskie modeli dinamiki v ekonomike. SPb.: SPbGUEF, 2010.

9. Prasolov A. V., Khovanov N. V. O prognozirovanii s ispolzovaniem statisticheskikh i ekspertnykh metodov // Avtomatika i telemekhanika. № 6. 2008.S. 129–142.

10. Srednedushevye denezhnye dokhody naseleniya po Rossiyskoy federatsii[Elektronnyy resurs]: 2015.URL: http://www.gks.ru/free_doc/new_site/population/urov/urov_11kv.htm.

MODELING OF THE RUSSIAN POPULATION OF INCOME ON THE BASIS OF EXPERT-STATISTICAL METHOD

A.A. SERGEEVA

*Kuban State University,
149, Stavropolskaya, st., Krasnodar, Russian Federation, 350040;
e-mail: 2007_asergeeva@mail.ru*

The combination of different methods to predict the values of the socio-economic factor considered in this article. Some methods carry out an assessment of its value in the future based on econometric analysis, based on the dynamics of this indicator in the past. Other methods are based on involvement of experts. The final evaluation gives a combination of expert and econometric projections using the weight coefficients.

Key words: expert-statistical method, mixed forecast, modeling income.