

**ОПТИМАЛЬНОЕ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ УПРАВЛЕНИЕ ПОЗИЦИОННЫМ
ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ С УПРУГИМ ВАЛОПРОВОДОМ ПРИ
ОГРАНИЧЕНИЯХ ПО МОМЕНТУ ДВИГАТЕЛЯ И СКОРОСТИ МЕХАНИЗМА**

Ю.П. ДОБРОБАБА, Г.А. КОШКИН, Ф.В. КОНОВАЛОВ, Н.Я. ПРОХОРЕНКО

*Кубанский государственный технологический университет,
350072, Российская Федерация, г. Краснодар, ул. Московская, 2;
электронная почта: nicita_ximik@mail.ru*

Предлагается оптимальное по быстродействию управление позиционным электроприводом с упругим валопроводом осуществлять по одной из оптимальных по быстродействию диаграмм перемещения исполнительного органа механизма: при малых перемещениях с ограничением по моменту двигателя; при больших перемещениях с ограничениями по моменту двигателя и скорости механизма. Получены аналитические зависимости для определения параметров оптимальной по быстродействию диаграммы перемещения исполнительного органа механизма, упруго соединенного с двигателем, при ограничениях по моменту двигателя и скорости механизма: длительности одиннадцати этапов диаграммы; максимального значений первой производной угловой скорости механизма; минимального значения первой производной угловой скорости механизма. Установлена область существования оптимальной по быстродействию диаграммы перемещения исполнительного органа механизма, упруго соединенного с двигателем, при ограничениях по моменту двигателя и скорости механизма.

Ключевые слова: позиционный электропривод; упругий валопровод; диаграмма перемещения исполнительного органа механизма.

Математическая модель силовой части электропривода с упругим валопроводом [1;2]:

$$M(t) = M_y(t) + J_1 \cdot \omega_1^{(1)}(t);$$

$$M_y(t) = M_{co} + J_2 \cdot \omega_2^{(1)}(t);$$

$$\varphi_1^{(1)}(t) = \omega_1(t);$$

$$\varphi_2^{(1)}(t) = \omega_2(t);$$

$$M_y(t) = C_y \cdot [\varphi_1(t) - \varphi_2(t)], \quad (1)$$

где M - момент электродвигателя, $H \cdot м$;

M_y - момент упругий (момент в валопроводе), $H \cdot м$;

M_{co} - момент сопротивления, $H \cdot м$;

ω_1 - угловая скорость исполнительного органа электродвигателя, $\frac{рад}{с}$;

ω_2 - угловая скорость исполнительного органа механизма, $\frac{рад}{с}$;

φ_1 - угол поворота исполнительного органа электродвигателя, $рад$;

φ_2 - угол поворота исполнительного органа механизма, $рад$;

J_1 - момент инерции исполнительного органа электродвигателя, $кг \cdot м^2$;

J_2 - момент инерции исполнительного органа механизма, $кг \cdot м^2$;

C_y - упругость валопровода, $\frac{Н \cdot м}{рад}$.

Критерий оптимизации

$$\int_0^{T_y} dt = \min, \quad (2)$$

где T_y - длительность цикла, $с$.

На координаты электропривода накладываются ограничения:

$$M_{\min} \leq M(t) \leq M_{\max}; \quad (3)$$

$$-\omega_{\text{дон}} \leq \omega_2(t) \leq \omega_{\text{дон}}, \quad (4)$$

где M_{\min} - минимальное значение момента электродвигателя, $Н \cdot м$;

M_{\max} - максимальное значение момента электродвигателя, $Н \cdot м$;

$\omega_{\text{дон}}$ - максимально допустимое значение угловой скорости

исполнительного органа механизма, $\frac{рад}{с}$.

Начальные значения контролируемых координат:

$$M(0) = M_{co};$$

$$M_y(0) = M_{co};$$

$$\omega_1(0) = 0;$$

$$\omega_2(0) = 0;$$

$$\varphi_2(0) = 0;$$

$$\varphi_1(0) = \varphi_{нач} + \frac{1}{C_y} \cdot M_{co}, \quad (5)$$

где $\varphi_{нач}$ - начальное значение угла поворота исполнительного органа механизма, рад.

Конечные значения контролируемых координат:

$$M(T_u) = M_{co};$$

$$M_y(T_u) = M_{co};$$

$$\omega_1(T_u) = 0;$$

$$\omega_2(T_u) = 0;$$

$$\varphi_2(T_u) = \varphi_{кон};$$

$$\varphi_1(T_u) = \varphi_{кон} + \frac{1}{C_y} \cdot M_{co}, \quad (6)$$

где $\varphi_{кон}$ - конечное значение угла поворота исполнительного органа механизма, рад.

Задача оптимального по быстродействию управления перемещением исполнительного органа механизма, упруго соединенного с двигателем, при ограничении по моменту двигателя, справедливая при малых значениях изменения угла поворота (перемещения), формулируется следующим образом: определить диаграмму перемещения исполнительного органа механизма, упруго соединённого с двигателем, удовлетворяющего системе уравнений (1) и доставляющего минимум интегралу (2), при ограничении по моменту двигателя (3), начальных значениях (5) и конечных значениях (6).

Данная задача решена в статье [3].

Задача оптимального по быстродействию управления перемещением исполнительного органа механизма, упруго соединенного с двигателем, при ограничениях по моменту двигателя и скорости механизма, справедливая при больших значениях изменения угла поворота (перемещения), формулируется следующим образом: определить диаграмму перемещения исполнительного органа механизма, упруго соединенного с двигателем, удовлетворяющего системе уравнений (1) и доставляющего минимум интегралу (2) при

ограничениях по моменту двигателя (3) и скорости механизма (4), начальных значениях (5) и конечных значениях (6).

В данной работе решается задача оптимального по быстродействию управления позиционным электроприводом с упругим валопроводом при ограничениях по моменту двигателя и скорости механизма.

Так как система уравнений (1) имеет локальные ограничения, то в соответствии с принципом максимума академика Л.С. Понтрягина, управляющее воздействие представляет собой кусочно-постоянную функцию от времени, принимающую граничные значения.

Система уравнений (1) представима в виде

$$\frac{J_1 J_2}{C_y (J_1 + J_2)} \cdot \varphi_2^{(4)}(t) + \varphi_2^{(2)}(t) = \frac{M(t) - M_{co}}{J_1 + J_2}.$$

Характеристическое уравнение системы (1) имеет вид

$$\left[\frac{J_1 J_2}{C_y (J_1 + J_2)} \cdot p^2 + 1 \right] \cdot p^2 = 0.$$

Корни характеристического уравнения:

$$p_{1,2} = 0;$$

$$p_{3,4} = \sqrt{\frac{C_y (J_1 + J_2)}{J_1 J_2}}.$$

На рисунках 1 и 2 представлена оптимальная по быстродействию диаграмма перемещения исполнительного органа механизма, упруго соединенного с двигателем, при ограничениях по моменту двигателя и скорости механизма, состоящая из одиннадцати этапов. На первом, третьем, пятом, восьмом и десятом этапах момент двигателя имеет максимальное значение; на втором, четвертом, седьмом, девятом и одиннадцатом этапах момент двигателя имеет минимальное значение; на шестом этапе момент двигателя равен моменту сопротивления электропривода.

В результате проведенных исследований получены следующие закономерности.

Длительности первого и пятого этапов равны

$$t_1 = t_5 = \sqrt{\frac{J_1 J_2}{C_y (J_1 + J_2)}} \cdot \arccos \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{M_{\max} - M_{co}}{M_{\max} - M_{\min}} \right].$$

Длительности второго и четвертого этапов равны

$$t_2 = t_4 = \sqrt{\frac{J_1 J_2}{C_y (J_1 + J_2)}} \cdot \arccos \left[1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{(M_{\max} - M_{co})^2}{(M_{\max} - M_{\min})^2} \right].$$

Длительность третьего этапа равна

$$t_3 = \frac{(J_1 + J_2) \cdot \omega_{don}}{M_{\max} - M_{co}} + 2 \cdot \frac{M_{co} - M_{\min}}{M_{\max} - M_{co}} \cdot t_2 - 2t_1.$$

Длительности седьмого и одиннадцатого этапов равны

$$t_7 = t_{11} = \sqrt{\frac{J_1 J_2}{C_y (J_1 + J_2)}} \cdot \arccos \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{M_{co} - M_{\min}}{M_{\max} - M_{\min}} \right].$$

Длительности восьмого и десятого этапов равны

$$t_8 = t_{10} = \sqrt{\frac{J_1 J_2}{C_y (J_1 + J_2)}} \cdot \arccos \left[1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{(M_{co} - M_{\min})^2}{(M_{\max} - M_{\min})^2} \right].$$

Длительность девятого этапа равна

$$t_9 = \frac{M_{\max} - M_{co}}{M_{co} - M_{\min}} \cdot (2t_1 + t_3 + 2t_8) - 2 \cdot (t_2 + t_7).$$

Длительность шестого этапа равна

$$t_6 = \frac{(\varphi_{кон} - \varphi_{нач}) - \varphi_{zp.2}}{\omega_{don}},$$

где

$$\begin{aligned} \varphi_{zp.2} = & \frac{M_{\max} - M_{co}}{J_1 + J_2} \cdot [(2t_1^2 + 2t_1 t_2 + 4t_1 t_7 + 4t_1 t_8 + 2t_7 t_8 + 2t_8^2) + \\ & + (2t_1 + t_2 + 2t_7 + 2t_8) \cdot t_3 + \frac{1}{2} t_3^2 + (2t_1 + t_8) \cdot t_9 + t_3 t_9] - \\ & - \frac{M_{co} - M_{\min}}{J_1 + J_2} \cdot [(2t_1 t_2 + 2t_2^2 + 4t_2 t_7 + 4t_2 t_8 + 2t_7^2 + 2t_7 t_8) + \\ & + t_2 t_3 + (2t_2 + 2t_7 + t_8) \cdot t_9 + \frac{1}{2} t_9^2]. \end{aligned}$$

Здесь $\varphi_{zp.2}$ - минимально возможное значение угла поворота механизма, осуществляющего перемещение в соответствии с рассматриваемой диаграммой.

Длительность цикла равна

$$T_u = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6 + t_7 + t_8 + t_9 + t_{10} + t_{11}.$$

Максимальное значение первой производной угловой скорости механизма равно

$$\omega_{\max}^{(1)} = \frac{M_{\max} - M_{co}}{J_1 + J_2}.$$

Минимальное значение первой производной угловой скорости механизма равно

$$\omega_{\min}^{(1)} = -\frac{M_{co} - M_{\min}}{J_1 + J_2}.$$

В данной работе рассматривается электропривод, имеющий следующие параметры: $J_1 = 0,025 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; $J_2 = 0,025 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; и $C_y = 5 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{рад}}$.

Максимальный и минимальный моменты двигателя соответственно равны: $M_{\max} = 10 \text{ Н} \cdot \text{м}$; и $M_{\min} = -10 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Момент сопротивления электропривода равен: $M_{co} = 5 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Максимально допустимое значение угловой скорости: $\omega_{\text{дон}} = 160 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

Для такого электропривода справедливо следующее граничное значение угла поворота исполнительного органа механизма $\varphi_{zp.2} = 186,8881124 \text{ рад}$.

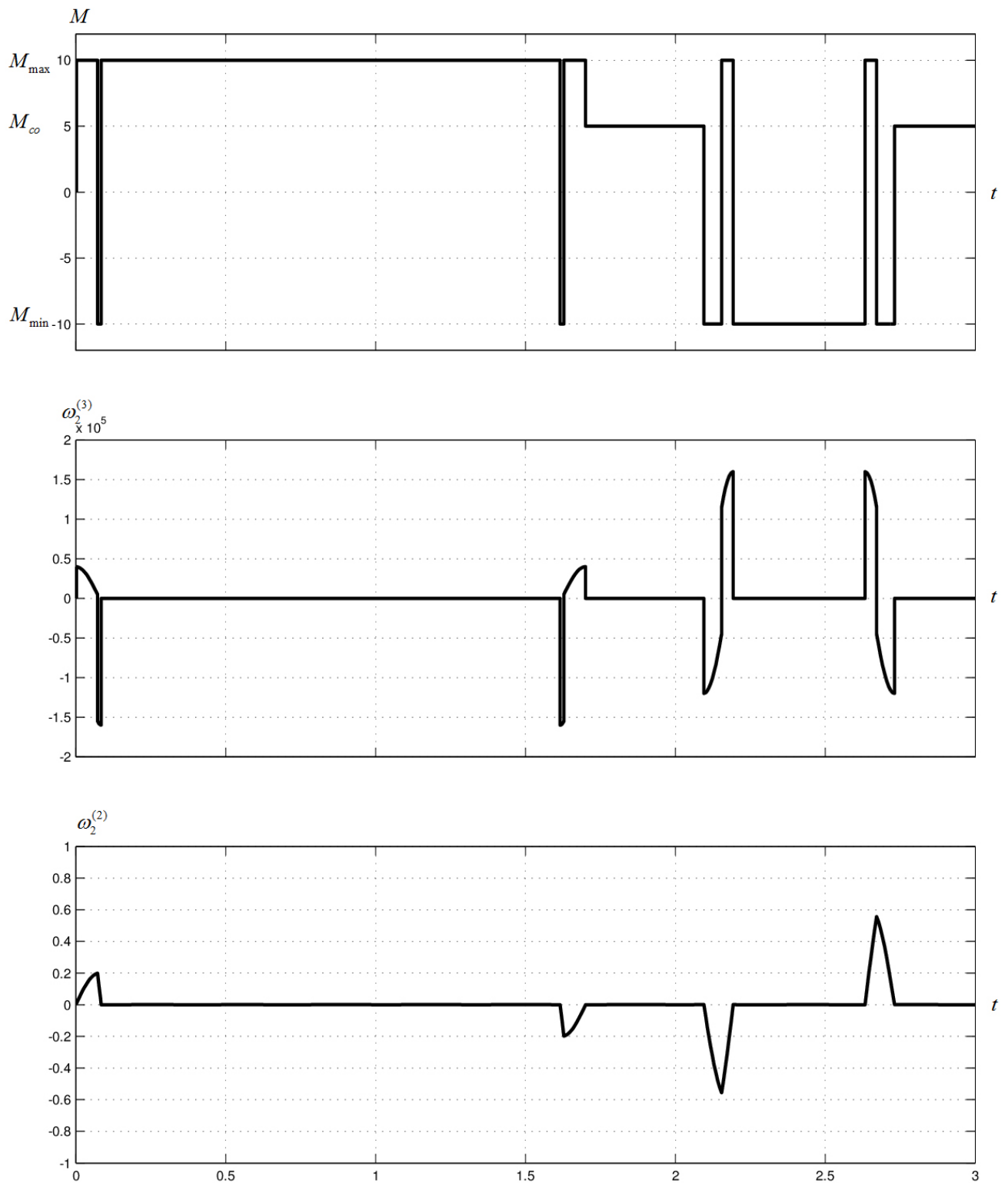


Рисунок 1- Оптимальная по быстродействию диаграмма перемещения исполнительного органа механизма, упруго соединенного с двигателем, при ограничениях по моменту и скорости механизма (начало).

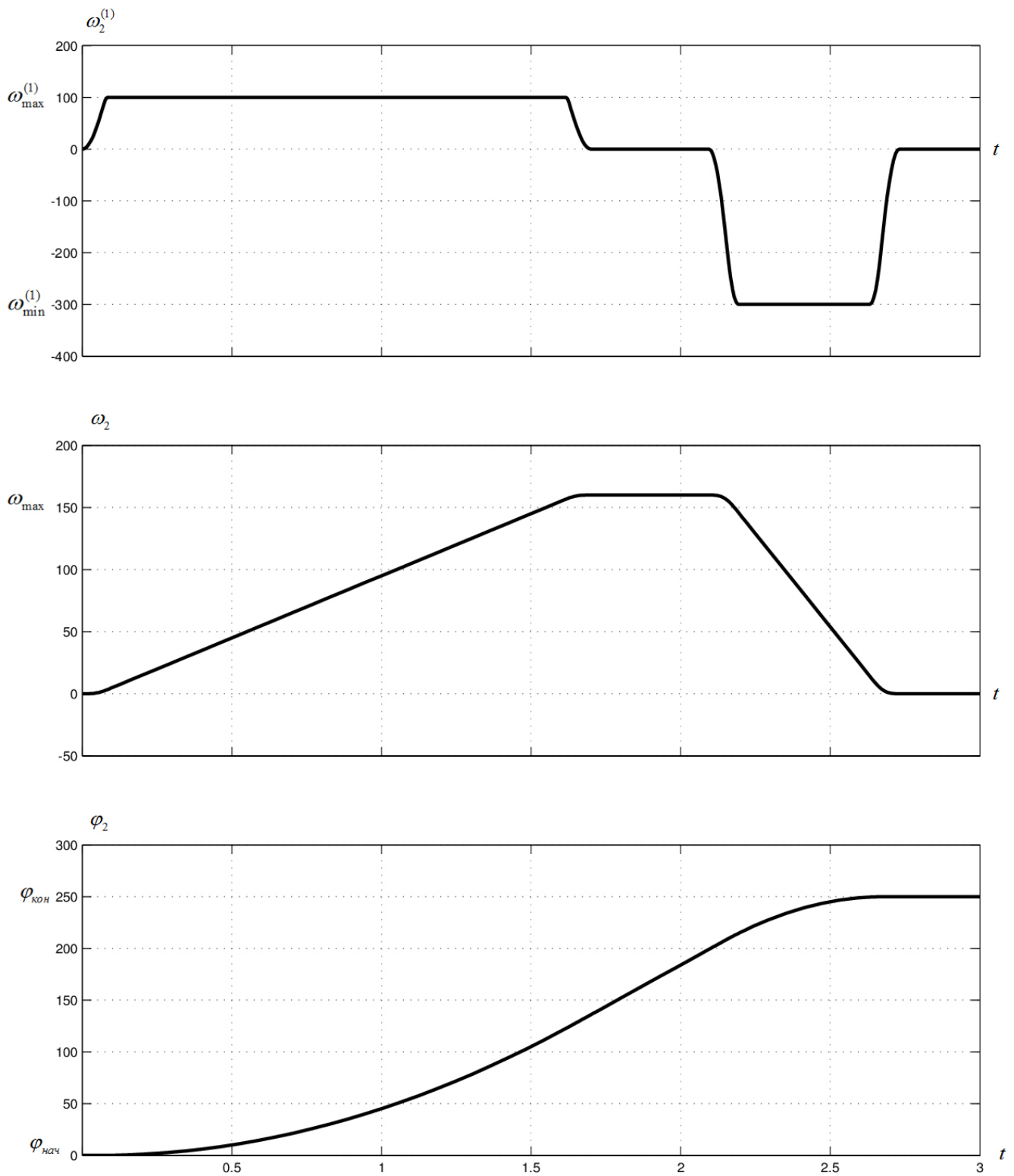


Рисунок 2 – Оптимальная по быстродействию диаграмма перемещения исполнительного органа механизма, упруго соединенного с двигателем, при ограничениях по моменту и скорости механизма (окончание).

Приведенная на рисунках 1 и 2 оптимальная по быстродействию диаграмма перемещения исполнительного органа механизма, упруго

соединенного с двигателем, при ограничениях момента двигателя и скорости механизма имеет следующие параметры:

$$(\varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}) = 250 \text{ рад}; \quad t_1 = t_5 = 0,072273424 \text{ с};$$

$$t_2 = t_4 = 0,012532783 \text{ с}; \quad t_3 = 1,53064985 \text{ с};$$

$$t_6 = 0,394449298 \text{ с}; \quad t_7 = t_{11} = 0,059319977 \text{ с};$$

$$t_8 = t_{10} = 0,038439677 \text{ с}; \quad t_9 = 0,440319830 \text{ с};$$

$$T_y = 2,7305507013 \text{ с}; \quad \omega_{\text{max}}^{(1)} = 100 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2};$$

$$\omega_{\text{min}}^{(1)} = -300 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}.$$

Выводы:

- определены аналитические зависимости, позволяющие рассчитать параметры оптимальной по быстродействию диаграммы перемещения исполнительного органа механизма, упруго соединенного с двигателем, при ограничениях по моменту двигателя и скорости механизма.

- установлена область существования оптимальной по быстродействию диаграммы перемещения исполнительного органа механизма, упруго соединенного с двигателем, при ограничениях по моменту двигателя и скорости механизма.

ЛИТЕРАТУРА

1. Добробаба Ю.П., Литаш Б.С. Квазиоптимальный по быстродействию программно-управляемый позиционный электропривод: монография / Кубан. гос. технол. ун-т. – Краснодар: Изд. ГУО ВПО «КубГТУ», 2009. – 178 с.

2. Добробаба Ю.П., Коноплин В.И. Микропозиционный программноуправляемый электропривод с упругим валопроводом: монография / Кубан. Гос. Технолог. Ун-т. – Краснодар: Изд. КубГТУ, 2008. – 156 с.

3. Добробаба Ю.П. Оптимальное по быстродействию управление позиционным электроприводом с упругим валопроводом при ограничении по

моменту двигателя / Добробаба Ю.П., Кошкин Г.А., Коновалов Ф.В., Прохоренко Н.Я. // Научные труды КубГТУ, 2016, №4. URL: <http://ntk.kubstu.ru/file/956>.

REFERENCES

1. Dobrobaba YU.P., Litash B.S. Kvazioptimalnyiy po byistrodeystviyu programmno-upravlyaemyiy pozitsionnyiy elektroprivod: monografiya / Kuban. gos. tehnol. un-t. – Krasnodar: Izd. GUO VPO «KubGTU», 2009. – 178 s.
2. Dobrobaba YU.P., Konoplin V.I. Mikropozitsionnyiy programmoupravlyaemyiy elektroprivod s uprugim valoprovodom: monografiya / Kuban. Gos. Tehnolog. Un-t. – Krasnodar: Izd. KubGTU, 2008. – 156 s.
3. Dobrobaba YU.P. Optimalnoe po byistrodeystviyu upravlenie pozitsionnyim elektroprivodom s uprugim valoprovodom pri ogranichenii po momentu dvigatelya / Dobrobaba YU.P., Koshkin G.A., Konovalov F.V., Prohorenko N.YA. // Nauchnyie trudyi KubGTU, 2016, №4. URL: <http://ntk.kubstu.ru/file/956>.

TIME-OPTIMAL CONTROL OF POSITIONAL ELECTRIC DRIVE WITH ELASTIC SHAFTING UNDER THE CONSTRAINTS ON THE ENGINE TORQUE AND THE MACHINE SPEED

YU. P. DOBROBABA, G. A. KOSHKIN, V. F. KONOVALOV, N. YA. PROKHORENKO

*Kuban State Technological University,
2, Moskovskaya st., Krasnodar, Russian Federation, 350072;
e-mail: nicita_ximik@mail.ru*

Proposed time-optimal control of positional electric drive with elastic shafting to carry out one of optimum diagrammes on speed of movement of the Executive body of the mechanism: with small displacements with the restriction on the torque of the engine; in case of large displacements with the limitation on the engine torque and the machine speed. Analytical dependences for determination of parameters of optimal chart movement of the Executive body of the mechanism elastically connected to the engine, under the constraints on motor torque and speed of movement: the duration of the eleven stages of the diagram; the maximum values of the first derivative of the angular velocity of the mechanism; the minimum value of the first derivative of the angular velocity of the mechanism. Set the region of existence of time-optimal chart movement of the Executive body of the mechanism elastically connected to the engine, under the constraints on the engine torque and the machine speed.

Key words: positional electric drive; elastic connection; the chart movement of the Executive body of the mechanism.